

Partie A

1) la droite (AB) a pour vecteur directeur $\vec{AB} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -4 \\ 0,75 & -0,25 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$

et passe par A(2; 4; 0,25).

Donc (AB) a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2t \\ z = 0,25 + 0,5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

2) a) (PQU) a pour base $(\vec{PQ}; \vec{PV})$ $\vec{PQ} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -10 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\vec{PV} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{n} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{n} \cdot \vec{PQ} = (0)(0) + (1)(-1) + (-1)(1) = 0$ donc $\vec{n}$ est orthogonal à $\vec{PQ}$

$\vec{n} \cdot \vec{PV} = (0)(0) + (1)(1) + (-1)(-1) = 0$ donc $\vec{n}$ est orthogonal à $\vec{PV}$

donc $\vec{n}$ est normal au plan (PQU)

b) (PQU) a donc une équation $0x + 1y - 1z + d = 0$

$$y - z + d = 0$$

$P \in (PQU)$ donc

$$10 - 0 + d = 0$$

$$d = -10$$

donc (PQU) a pour équation $y - z - 10 = 0$

3) les coordonnées (x; y; z) de I vérifient simultanément

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2t \\ z = 0,25 + 0,5t \\ y - z - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2t \\ z = 0,25 + 0,5t \\ 4 + 2t - (0,25 + 0,5t) - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2t \\ z = 0,25 + 0,5t \\ 4 + 2t - 0,25 - 0,5t - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2t \\ z = 0,25 + 0,5t \\ 1,5t - 6,25 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 + 2 \times \frac{25}{6} \\ z = 0,25 + 0,5 \times \frac{25}{6} \\ t = \frac{25}{6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{37}{3} \\ z = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$I\left(2; \frac{37}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

4) L'intersection I de la trajectoire du drone de Moeva a pour ordonnée $\frac{7}{3}$. Or les cotés des points du rectangle obstacle PQTV sont entre 0 et 1. $\frac{7}{3} > 1$ donc le drone passe au-dessus.

Partie B

1) On a $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ et $\vec{CD} \begin{pmatrix} 2-4 \\ 6-6 \\ 0,25-0,25 \end{pmatrix} = \vec{CD} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

On a donc $\vec{AM} = a\vec{AB}$ $\vec{AM} \begin{pmatrix} 0 \\ 2a \\ 0,5a \end{pmatrix}$ $\vec{CN} = b\vec{CD}$ $\vec{CN} \begin{pmatrix} -2b \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AC} + \vec{CN}$ donc $\vec{MN} \begin{pmatrix} 0 + x\vec{AC} - 2b \\ -2a + y\vec{AC} + 0 \\ -0,5a + z\vec{AC} + 0 \end{pmatrix}$

Puisque $\vec{AC} \begin{pmatrix} 4-2 \\ 6-4 \\ 0,25-0,25 \end{pmatrix} = \vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $\vec{MN} \begin{pmatrix} 0 + 2 - 2b \\ -2a + 2 + 0 \\ -0,5a + 0 + 0 \end{pmatrix} = \vec{MN} \begin{pmatrix} 2-2b \\ 2-2a \\ -0,5a \end{pmatrix}$

2) $\begin{cases} \vec{MN} \cdot \vec{AB} = 0 \\ \vec{MN} \cdot \vec{CD} = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} (2-2b)(0) + (2-2a)(2) + (-0,5a)(0,5) = 0 \\ (2-2b)(-2) + (2-2a)(0) + (-0,5a)(0) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4 - 4a - 0,25a = 0 \\ -4 + 2b = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 4 = 4,25a \\ 2b = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{16}{17} \\ b = 1 \end{cases}$

• la position de M qui correspond à $a = \frac{16}{17}$ est donnée par $\vec{AM} = \frac{16}{17}\vec{AB}$

$\vec{AM} \begin{pmatrix} x-2 \\ y-4 \\ z-0,25 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} x-2 = \frac{16}{17} \times 0 \\ y-4 = \frac{16}{17} \times 2 \\ z-0,25 = \frac{16}{17} \times 0,5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 + 2 \frac{16}{17} \\ y = \frac{32}{17} + 4 \\ z = \frac{8}{17} + 0,25 \end{cases} \quad M \left(2; \frac{100}{17}; \frac{49}{68} \right)$

• la position de N qui correspond à $b = 1$ est donnée par $\vec{CN} = 1 \cdot \vec{CD}$

Autrement dit $N = D$ donc $N(2; 6; 0,25)$

Dans ce cas $\vec{MN} \begin{pmatrix} 2-2 \\ 6-\frac{100}{17} \\ 0,25-\frac{49}{68} \end{pmatrix} = \vec{MN} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{17} \\ -\frac{8}{17} \end{pmatrix}$

$\|\vec{MN}\| = \sqrt{0^2 + \left(\frac{2}{17}\right)^2 + \left(-\frac{8}{17}\right)^2} = \sqrt{\frac{68}{17^2}} = \frac{\sqrt{68}}{17} \approx 0,485$

la distance minimale est d'environ 48 cm, bien inférieure aux 4 m requis. la distance minimale entre les deux fragments pour éviter tout risque de collision n'est pas respectée. (37)