

Cours : Primitives et équations différentielles

5. Ensemble des solutions d'une équation différentielle $y' = ay$ où $a \in \mathbb{R}$.

5.1 Activité

Partie 1.

Equation $y' = y$

- 1) la fonction usuelle non nulle solution est la fonction y , dont la dérivée y' est égale à elle-même.
Il s'agit donc de la fonction exponentielle - $y = e^x$

- 2) On suppose que la fonction f est solution
Donc on sait que $f' = f$
Prenons maintenant la fonction kf où $k \in \mathbb{R}$
Quelle est la dérivée de kf ?
C'est kf'
Mais on a supposé que $f' = f$ donc $kf' = kf$.

Conclusion: la dérivée de kf est kf
On peut écrire $(kf)' = kf$ ce qui prouve que la fonction kf est solution de $y' = y$

On retient:

Si f est solution de l'équation $y' = y$
alors kf est aussi solution de l'équation $y' = y$.

- 3) On a vu à la question 1) qu'une solution de $y' = y$ est $y(x) = e^x$
Donc, avec le résultat de la question 2) on déduit que les fonctions $y_k(x) = k e^x$ sont des solutions