

n°47p230

1) f est continue sur $\mathbb{R}$ donc f a des primitives sur $\mathbb{R}$

2) On dérive la fonction F définie par

$$F(x) = (ax^2 + bx + c) e^{-x}$$

$$F'(x) = (2ax + b) e^{-x} + (ax^2 + bx + c) \times (-e^{-x})$$

$$F'(x) = (2ax + b - (ax^2 + bx + c)) e^{-x}$$

$$F'(x) = (2ax + b - ax^2 - bx - c) e^{-x}$$

$$F'(x) = (-ax^2 + (2a - b)x + (b - c)) e^{-x}$$

$$F'(x) = f(x) \quad \text{équivalent successivement à}$$

$$(-ax^2 + (2a - b)x + (b - c)) e^{-x} = (x^2 - 3x + 0) e^{-x}$$

$$\begin{cases} -a = 1 \\ 2a - b = -3 \\ b - c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ -2 + 3 = b \\ c = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{donc } F(x) = (-x^2 + x + 1) e^{-x}$$

3) L'ensemble des primitives de f sur $\mathbb{R}$ sont telles que:

$$\underline{F(x) = (-x^2 + x + 1) e^{-x} + k \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}}$$

$$4) \quad G(1) = 0 \quad \text{avec } G(x) = (-x^2 + x + 1) e^{-x} + k$$

équivalent successivement à

$$(-(1)^2 + 1 + 1) e^{-1} + k = 0$$

$$(1 + 1 + 1) e^{-1} + k = 0$$

$$e^{-1} + k = 0$$

$$k = -e^{-1}$$

$$k = -\frac{1}{e} \approx -0,368$$

(on a utilisé l'expression de $F(x)$ de la question 3)

$$\text{donc } \underline{G(x) = (-x^2 + x + 1) e^{-x} - \frac{1}{e} \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R}}$$