N°256

Déterminer l'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}$ de :

$$x^2 - 14x + 46 \leq 0$$

*On donnera la réponse sous la forme d'un ensemble, par exemple* $\{1;3\}$ *ou* $[2;4[$. .

$$[7-\sqrt{3}\,;7+\sqrt{3}\,]$$

**Correct**

- Pour résoudre une inéquation, il faut avoir "0" dans un des deux membres (pour pouvoir faire une étude de signes).
  C'est déjà le cas.

- Pour faire un tableau de signes, il faut que l'expression soit factorisée sous la forme d'un produit de facteurs du 1er degré ou du 2e degré.
  C'est déjà le cas puisqu'on a une seule expression du 2e degré.

- Pour étudier le signe d'une expression du 2e degré, il faut connaître son discriminant et ses éventuelles racines.

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -14 \\ c = 46 \end{cases}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-14)^2 - 4(1)(46)$

$\Delta = 12$

$\Delta > 0$ donc l'expression a deux racines distinctes

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-(-14)-\sqrt{12}}{2(1)} = \frac{14-\sqrt{12}}{2} = \frac{14-2\sqrt{3}}{2} = 7-\sqrt{3}$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-(-14)+\sqrt{12}}{2(1)} = \frac{14+\sqrt{12}}{2} = \frac{14+2\sqrt{3}}{2} = 7+\sqrt{3}$$

D'où le tableau de signes (le binôme est du signe de $-a$ à l'extérieur des racines et du signe de $a$ à l'intérieur.

| $x$ | $-\infty$ | | $7-\sqrt{3}$ | | $7+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $x^2-14x+46$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

D'où l'ensemble des solutions

$\mathcal{S} = [7-\sqrt{3}\;;\;7+\sqrt{3}]$