N° 3018

Soit f une fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-5;7]$ par :

$$f : x \mapsto -3x^3 + 9x^2 + 135x - 25$$

On notera f' la fonction dérivée de la fonction f.Déterminer pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5;7]$, l'expression de $f'(x)$. La dérivée de x^3 est $3x^2$ donc la dérivée de $-3x^3$ est $-3 \times 3x^2 = \underline{-9x^2}$

la dérivée de x^2 est $2x$ donc la dérivée de $9x^2$ est $9 \times 2x = \underline{18x}$

la dérivée de $135x$ est $\underline{135}$ et la dérivée de -25 est 0.

$\underline{-9x^2} + \underline{18x} + \underline{135}$

Correct

Parmi les expressions ci-dessous, laquelle correspond à $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[-5;7]$?

- (x) $-9(-5+x)(3+x)$
- ( ) $-27(-1+x)(-6+x)$
- ( ) $-27x(5+x)$
- ( ) $-27(-7+x)(2+x)$

Correct

$f'(x) = -9x^2 + 18x + 135$ de la forme ax^2+bx+c avec $\begin{cases} a = -9 \\ b = 18 \\ c = 135 \end{cases}$

un polynôme du 2e degré qui a deux racines x_1 et x_2 se factorise en $a(x-x_1)(x-x_2)$.

Donc $-9(x-5)(x-(-3))$

c'est à dire $\underline{-9(x-5)(x+3)}$

$\Delta = (18)^2 - 4(-9)(135)$

$\Delta = 5184$

$\Delta > 0$ donc deux racines

$x_1 = \dfrac{-18-\sqrt{5184}}{2(-9)} = 5$

$x_2 = \dfrac{-18+\sqrt{5184}}{2(-9)} = -3$

Étudier le signe de f' pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5;7]$.

x	-5		-3		5		7
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Le trinôme est du signe de $a = -9$ c'est à dire négatif à l'extérieur des racines et du signe contraire à l'intérieur.

Correct

En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-5;7]$.

x	-5		-3		5		7
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	-100	↘	-268	↗	500	↘	332

Correct

Si $f'(x) < 0$ alors f est décroissante

Si $f'(x) > 0$ alors f est croissante

On programme sur la calculatrice $Y_1 = -3X\hat{}3 + 9X^2 + 135X - 25$

On appuie sur la touche $\boxed{\text{var}}$. On va dans VAR Y Fonctions.

On calcule $Y_1(-5) = -100$ $Y_1(-3) = -268$ $Y_1(5) = 500$ $Y_1(7) = 332$