

Un sac contient 10 jetons indiscernables au toucher : 8 jetons blancs numérotés de 1 à 8 et 2 jetons noirs numérotés de 1 à 2.

On tire simultanément deux jetons de ce sac.

On note A l'événement « obtenir deux jetons blancs ».

On note B l'événement « obtenir deux jetons portant des numéros impairs ».

Quelle est la probabilité de l'événement A ?

Voir la solution détaillée à la fin.

$$\frac{56}{90}$$



Correct 😊

Quelle est la probabilité de l'événement B ?

$$\frac{20}{90}$$



Correct 😊

Calculer $P(A \cap B)$.

$$\frac{12}{90}$$



Correct 😊

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

☒ *Non*

☐ *Oui*

Correct 😊

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de jetons blancs obtenus lors de ce tirage simultané.

Soit P , la loi de probabilité de X .

Calculer $P(X = 0)$.

$$\frac{2}{90}$$



Correct 😊

Calculer $P(X = 1)$.

$$\frac{32}{90}$$

Correct 😊

Calculer $P(X = 2)$.

$$\frac{56}{90}$$

Correct 😊

Calculer l'espérance mathématique de X .

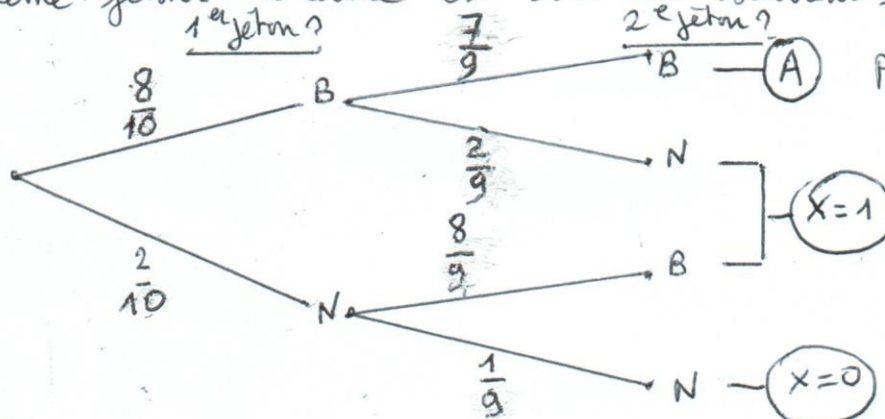
$$\frac{144}{90}$$

Correct 😊

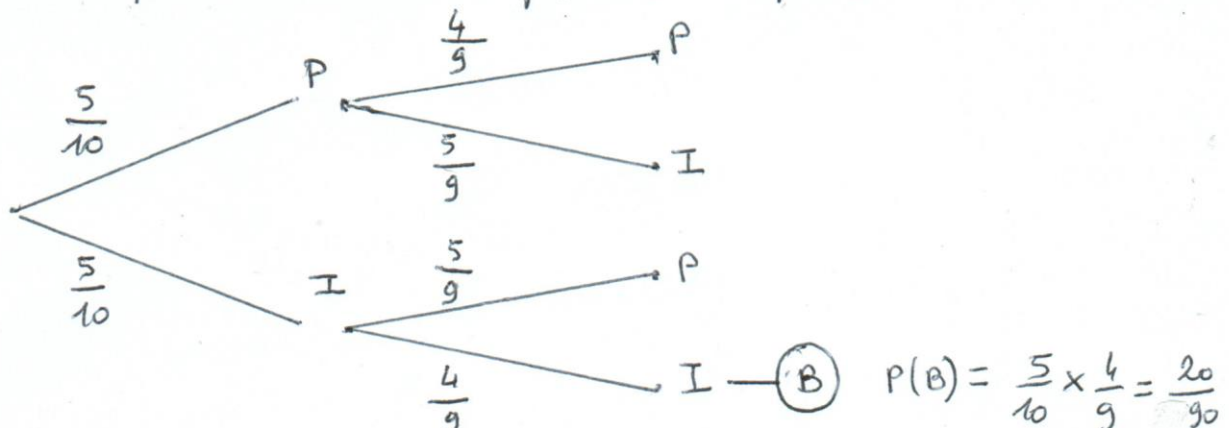
Composition du sac :



- Tirer simultanément deux jetons empêche d'avoir répétition du même jeton. L'arbre est donc le suivant pour les couleurs



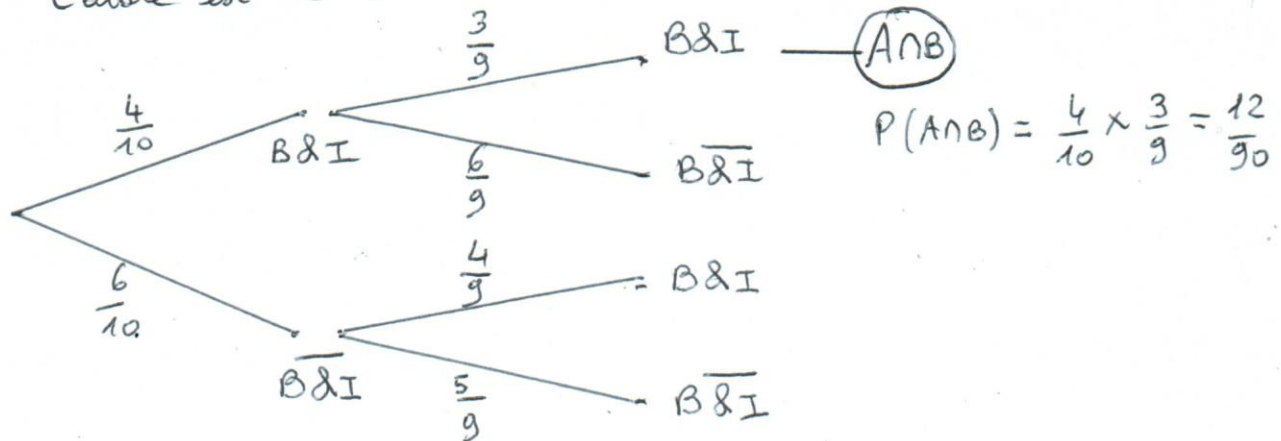
- L'arbre pour les numéros pairs et impairs :



- $A \cap B$ est l'événement "les jetons sont tous les deux blancs et portent tous les deux un numéro impair".

Dans le sac, il y a 4 jetons sur 10 qui sont blancs et impairs. Soit $B \& I$ l'événement "le jeton est blanc et impair".

L'arbre est le suivant :



- Vérifions si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$$P(A) \times P(B) = \frac{56}{90} \times \frac{20}{90} = \frac{56}{405} \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = \frac{12}{90}$$

Donc $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$. Donc A et B ne sont pas indépendants.

$X=0$ lorsqu'aucun jeton blanc n'est tiré. C'est le cas au bout de la branche située en bas sur le 1^{er} arbre.

$$\text{Donc } P(X=0) = \frac{2}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$$

$X=1$ lorsqu'il y a un jeton blanc et un jeton noir. C'est le cas au bout des deux branches centrales sur le 1^{er} arbre.

$$P(X=1) = \frac{8}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \times \frac{8}{9} = \frac{16}{45} \quad (\text{ou } \frac{32}{90})$$

$X=2$ lorsqu'il y a deux jetons blancs. C'est le même événement que l'événement A. Donc $P(X=2) = \frac{56}{90}$

• Espérance de X : $E(X) = \sum_{i=0}^2 p_i \cdot x_i$

$$E(X) = P(X=0) \times 0 + P(X=1) \times 1 + P(X=2) \times 2$$

$$E(X) = \frac{2}{90} \times 0 + \frac{32}{90} \times 1 + \frac{56}{90} \times 2$$

$$E(X) = \frac{144}{90} = \frac{8}{5}$$