

N°4727 : Etude de fonctions avec exponentielle $(x^2 + ax + b) \cdot \exp(x)$

Soit la fonction f définie ci-dessous :

$$f : x \mapsto (x^2 + 12x + 41) e^x$$

Determiner la dérivée de f .

$$e^x(x^2 + 14x + 53)$$

Correct 😊

↳ détail du calcul : $f = uv$ avec $u(x) = x^2 + 12x + 41$
 $u'(x) = 2x + 12$
 $v(x) = e^x$ $v'(x) = e^x$
 $f'(x) = e^x(2x + 12 + x^2 + 12x + 41)$
 $f'(x) = e^x(x^2 + 14x + 53)$

Donner l'ensemble des solutions de $f'(x) \leq 0$.

$$\emptyset$$

Correct 😊

↳ justification : $e^x > 0$ quel que soit $x \in \mathbb{R}$
 Le signe du trinôme $x^2 + 14x + 53$ dépend des racines.
 $\Delta = 14^2 - 4(1)(53) < 0$ donc il n'y a pas de racine.
 Donc le trinôme $x^2 + 14x + 53 > 0$ quel que soit $x \in \mathbb{R}$
 d'où $f'(x) > 0$. Donc $f'(x) \leq 0$ n'a pas de solution.

Compléter le tableau de variation de f .

Le signe de la dérivée a été justifié dans la question précédente.

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
f	↗	

Correct 😊