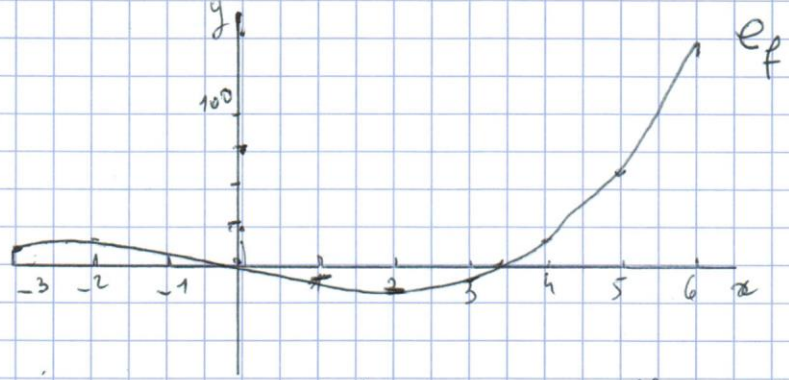
Cours 3.3 Exploiter les variations d'une fonction pour établir une inégalité

1) La fonction f est définie sur $[-3\,;6]$ par $f(x) = x^3 - 12x$



f est une fonction polynôme donc elle est dérivable sur $[-3\,;6]$

$f'(x) = 3x^2 - 12$
$f'(x) = 3\,(x^2 - 4)$
$f'(x) = 3\,(x-2)(x+2)$

Tableau de signes de la dérivée, suivi du tableau de variation de f :

x	-3		-2		2		6
signe de 3		+		+		+	
signe de $x-2$		$-$		$-$	0	+	
signe de $x+2$		$-$	0	+		+	
signe de $f'(x)$		+	0	$-$	0	+	
variations de f	9	↗	16	↘	-16	↗	144

A la calculatrice, on calcule $Y_1(-3) =$
$Y_1(-2) =$
$Y_1(2) =$
$Y_1(6) =$

ce qui donne les extrema locaux de la fonction f.
On les reporte dans le tableau de variations de la fonction.

2) D'après le tableau de variations de f, le minimum global est -16. Il est atteint pour $x = 2$.
Ainsi, on peut en déduire que $f(x) \geqslant -16 \quad \forall x \in [-3\,;6]$

c'est à dire, pour tout $x \in [-3\,;6]$, $f(x) + 16 \geqslant 0$

ou encore, puisque $f(x) = x^3 - 12x$
on a :

$\underline{x^3 - 12x + 16 \geqslant 0}$

pour tout $x \in [-3\,;6]$