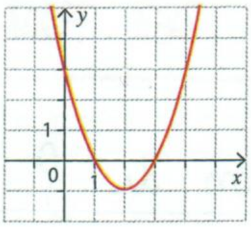
n° 20 p 161

20 Raisonner

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f' dérivée d'une fonction f.



• Déduire de cette représentation graphique le sens de variation de la fonction f.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

on en déduit le sens de variation de f :

f est croissante sur $]-\infty;1]$, décroissante sur $[1,3]$ et croissante sur $[3,+\infty[$.

n° 21 p 161

21 Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions suivantes en étudiant le signe de leur dérivée.

1. $f_1(x) = -\dfrac{1}{x+1}$ pour tout $x \in]-1\,;+\infty[$.
2. $f_2(x) = -2\sqrt{x}+1$ pour tout $x \in]0\,;+\infty[$.
3. $f_3(x) = x^2-2x+5$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
4. $f_4(x) = \sqrt{2x^4+5}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1. f est dérivable sur $]-1;+\infty[$ comme fonction rationnelle

$f = -\dfrac{1}{u}$ avec $u(x) = x+1$

$u'(x) = 1$

$f' = \dfrac{u'}{u^2}$

pour tout $x > -1$ $\quad f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$

$f'(x) > 0$

donc f est croissante sur $]-1;+\infty[$

2. f est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme de fonctions dérivables sur cet intervalle.

pour tout $x > 0$ $\quad f'(x) = -2 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x}}$

pour tout $x > 0$ $\quad f'(x) < 0$
donc f est décroissante sur $]0 ; +\infty[$

3. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme fonction polynôme.

pour tout $x \in \mathbb{R}$ $\quad f'(x) = 2x - 2$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

$2x - 2 = 0$
$2x = 2$
$x = 1$

$a = 2 > 0$

donc f est décroissante sur $]-\infty ; 1]$ et croissante sur $[1 ; +\infty[$.

4. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme composée de fonctions dérivables sur cet intervalle

$f_4 = \sqrt{u}$ avec $u(x) = 2x^4 + 5$

$f_4' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ $\quad u'(x) = 2 \times 4x^3$

$u'(x) = 8x^3$

pour tout $x \in \mathbb{R}$ $\quad f_4'(x) = \dfrac{8x^3}{2\sqrt{2x^4+5}}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$8x^3$		$-$	0	$+$	
$2\sqrt{2x^4+5}$		$+$		$+$	
$f_4'(x)$		$-$	0	$+$	

donc f_4 est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.