n° 31 p 162

31 On considère la fonction g définie sur $[-3 ; 2]$ par :

$$g(x) = \frac{3x+2}{x+6}.$$

1. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe.

2. Dresser le tableau de variation de g sur $[-3 ; 2]$.

3. Quel est le maximum de g sur $[-3 ; 2]$?
Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?

4. Quel est le minimum de g sur $[-3 ; 2]$?
Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?

1_ g est dérivable sur $[-3;2]$ comme fonction rationnelle.

$g = \dfrac{u}{v}$ avec $u(x) = 3x+2$

$u'(x) = 3$

$v(x) = x+6$

$v'(x) = 1$

$g' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

Donc, pour $x \in [-3;2]$

$$g'(x) = \frac{3(x+6) - (3x+2)\times 1}{(x+6)^2}$$

$$g'(x) = \frac{3x+18-3x-2}{(x+6)^2}$$

$$g'(x) = \frac{16}{(x+6)^2}$$

$$g'(x) > 0$$

2_ on en déduit que g est strictement croissante sur $[-3;2]$

x	-3	2
variations de g	7 ↗	1

$g(-3) = \dfrac{3\times(-3)+2}{-3+6}$

$g(-3) = -\dfrac{7}{3}$

$g(2) = \dfrac{3\times 2+2}{2+6}$

$g(2) = 1$

4 - le minimum de g sur $[-3 ; 2]$ est $-\frac{7}{3}$; il est atteint en $x = -3$.

3 - le maximum de g est $[-3 ; 2]$ est 1 ; il est atteint en $x = 2$