

N°15 p.28.

$$u_m = 2m^2 - 3m \quad \text{pour tout entier naturel } m \geq 1.$$

* Nous pouvons calculer les premiers termes pour avoir une idée du sens de variation de la suite:

$$u_1 = 2 - 3 = -1$$

$$u_2 = 8 - 6 = 2$$

$$u_3 = 18 - 9 = 9$$

la suite (u_m) semble croissante.

* Première méthode: Étudions le sens de variation de la suite (u_m) en déterminant le signe de $u_{m+1} - u_m$ pour tout entier naturel $m \geq 1$.

$$u_m = 2m^2 - 3m$$

$$u_{m+1} = 2(m+1)^2 - 3(m+1)$$

$$u_{m+1} = 2(n^2 + 2n + 1) - 3m - 3$$

$$u_{m+1} = 2n^2 + 4n + 2 - 3m - 3$$

$$u_{m+1} = 2m^2 + m - 1$$

$$u_{m+1} - u_m = 2m^2 + m - 1 - (2m^2 - 3m)$$

$$u_{m+1} - u_m = 2m^2 + m - 1 - 2m^2 + 3m$$

$$u_{m+1} - u_m = 4m - 1$$

$4m - 1 \geq 0$ équivaut successivement à:

$$4m \geq 1$$

$$m \geq 0,25$$

Comme m ne prend que des valeurs entières, cette équation équivaut à $m \geq 1$.

On a donc $u_{m+1} - u_m \geq 0$ pour tout $m \geq 1$

$$u_{m+1} \geq u_m \text{ pour tout } m \geq 1$$

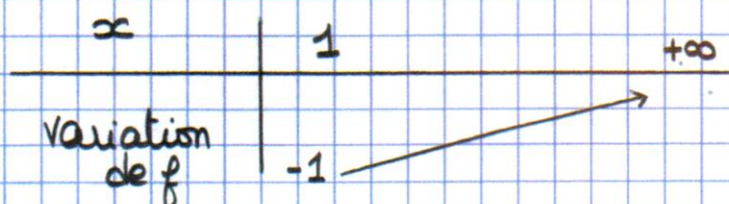
La suite (u_m) est croissante.

* Deuxième méthode: Étudions le sens de variation de la suite (u_m) en déterminant le sens de variation de la fonction f telle que $u_m = f(m)$ sur $[1; +\infty[$.

$$u_m = 2m^2 - 3m$$

$u_m = f(m)$ avec f définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = 2x^2 - 3x$.

f est une fonction polynôme du second degré représentée par une parabole tournée vers le haut car $a = 2 > 0$ et de sommet S d'abscisse $x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{4} = 0,75$ et d'ordonnée $y_S = f(x_S) = f(0,75) = 2 \times 0,75^2 - 3 \times 0,75 = -1,125$.



La fonction f est croissante sur $[1; +\infty[$. Le nuage de points représentant la suite (u_m) est placé sur \mathbb{C}_f sur $[1; +\infty[$ donc la suite (u_m) est elle-même croissante.

Remarque: Pour cette deuxième méthode, le sens de variation de la fonction f telle que $u_m = f(m)$ peut être obtenu en déterminant le signe de la dérivée f' .

$$\text{Sur } [1; +\infty[, \quad f(x) = 2x^2 - 3x$$

$$f'(x) = 2 \times 2x - 3$$

$$f'(x) = 4x - 3$$

f' est une fonction affine croissante car $a = 4 > 0$

De plus $4x - 3 = 0$ équivaut à $x = \frac{3}{4} = 0,75$.

Suite du 15 p. 28.

