N°81 p.39

$S_n = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ avec $n \geq 1$

Méthode 1 :

$S_1 = 1$

$S_2 = 1 + \frac{1}{2} = 1{,}5$

$S_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1{,}75$

$S_4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1{,}875$

$S_5 = S_3 + \frac{1}{16} = 1{,}9375$

$S_6 = S_4 + \frac{1}{32} = 1{,}96875$

$S_7 = S_5 + \frac{1}{64} = 1{,}984375$

$S_8 = S_6 + \frac{1}{128} = 1{,}9921875$

...

les valeurs de S_n semblent se rapprocher de 2 quand n devient grand. $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = 2$.

Méthode 2 :

$S_n = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ avec $n \geq 1$

$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ où (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $q = \frac{1}{2}$.

$$S_n = \frac{\text{premier terme de la somme} \times \left(1 - q^{\text{nombre de termes}}\right)}{1-q}$$

$$S_n = \frac{1 \times \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{2}}$$

$S_n = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ avec $n \geq 1$

On utilise la table de valeurs de la calculatrice.

Avec la touche $\boxed{f(x)}$, on entre l'expression de la somme :

$$Y_1 = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^X\right)$$

puis avec déf table on demande une table commençant à 1 avec un pas de 1. On obtient :

$X = n$	$Y_1 = S_n$
1	1
2	1,5
3	1,75
4	1,875
5	1,9375
6	1,9688
7	1,9844
8	1,9922
10	1,998
11	1,999
12	1,9995
13	1,9998
14	1,9999
15	1,9999
16	2
17	2
...	...

→ Passer dans la deuxième colonne pour voir que la valeur de S_{16}, S_{17} etc. ne vaut pas 2. En effet une limite ne s'atteint pas.

Quand n devient grand, les valeurs de S_n tendent vers 2 donc $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n = 2$.