n°27 p 194

1) f est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme produit de fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$

$f = uv$

$f' = (uv)' = u'v + uv'$ avec $u(x) = \sqrt{x}$ $\quad u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$v(x) = e^{-x}$ $\quad v'(x) = -e^{-x}$

Donc $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-x} + \sqrt{x}(-e^{-x})$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-x} + \frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \sqrt{x}(-e^{-x})$$

$$f'(x) = \frac{e^{-x} - 2\sqrt{x}\sqrt{x}\, e^{-x}}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = \frac{e^{-x} - 2x e^{-x}}{2\sqrt{x}} \qquad f'(x) = \frac{e^{-x}(1-2x)}{2\sqrt{x}}$$

2) g est dérivable sur $]1;+\infty[$ comme produit de fonctions dérivables sur $]1;+\infty[$

$g = uv$

$g' = (uv)' = u'v + uv'$ avec $u(x) = \sqrt{x-1}$ $\quad u'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$

$v(x) = e^{x}$ $\quad v'(x) = e^{x}$

Donc $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} e^{x} + \sqrt{x-1}\, e^{x}$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1}\right) e^{x}$$

$$g'(x) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{2\sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}} \times \sqrt{x-1}\right) e^{x}$$

$$g'(x) = \frac{1 + 2(x-1)}{2\sqrt{x-1}} e^{x}$$

$$g'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x-1}} e^{x}$$

n°27 p194

h est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

$h = uv$

$h' = u'v + uv'$ avec $u(x) = x^2 + x + 3$ $\quad u'(x) = 2x + 1$

$v(x) = e^{x+1}$ $\quad v'(x) = e^{x+1}$

donc $h'(x) = (2x+1)\,e^{x+1} + (x^2+x+3)\,e^{x+1}$

$h'(x) = (2x+1+x^2+x+3)\,e^{x+1}$

$\underline{h'(x) = (x^2+3x+4)\,e^{x+1}}$

p est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$.

$p = uv$

$p' = u'v + uv'$ avec $u(x) = x^2 - 1$ $\quad u'(x) = 2x$

$v(x) = e^x$ $\quad v'(x) = e^x$

donc $p'(x) = 2x\,(e^x) + (x^2-1)(e^x)$

$p'(x) = (2x + x^2 - 1)(e^x)$

$\underline{p'(x) = (x^2+2x-1)\,e^x}$