V - Suites de terme général e^{na}

40 Pour chacune des suites ci-dessous dont on donne le terme général, montrer qu'il s'agit d'une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.

1. $u_n = 2e^{-n}$
2. $u_n = -5e^{-n+2}$
3. $u_n = \dfrac{3e^1}{e^{3n+1}}$

1 - Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$u_n = 2e^{-n}$

$u_n = 2 \times (e^{-1})^n$

$u_n = u_0 \times q^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{-1}$ et de terme initial $u_0 = 2$

2 - Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$u_n = -5e^{-n+2}$

$u_n = -5e^{-n} \times e^2$

$u_n = -5e^2 \times (e^{-1})^n$

$u_n = u_0 \times q^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{-1}$ et de terme initial $u_0 = -5e^2$.

3 - Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$u_n = \dfrac{3e^1}{e^{3n+1}}$

$u_n = 3e^{1-(3n+1)}$

$u_n = 3e^{1-3n-1}$

$u_n = 3e^{-3n}$

$u_n = 3 \times (e^{-3})^n$

$u_n = u_0 \times q^n$

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{-3}$ et de terme initial $u_0 = 3$.

autre méthode :

1 - Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$u_{n+1} = 2e^{-(n+1)}$

$u_{n+1} = 2e^{-n-1}$

$u_{n+1} = 2e^{-n} \times e^{-1}$

$u_{n+1} = u_n \times e^{-1}$

$u_{n+1} = q \times u_n$

il existe une constante réelle $q = e^{-1}$ telle que $u_{n+1} = q\,u_n$ donc (u_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{-1} = \frac{1}{e}$ et de terme initial $u_0 = 2e^{-0} = 2$

2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = -5e^{-(n+1)+2}$$
$$u_{n+1} = -5e^{-n-1+2}$$
$$u_{n+1} = -5e^{-n+1}$$
$$u_{n+1} = -5e^{-n+1+1-1}$$
$$u_{n+1} = -5e^{-n+2} \times e^{-1}$$
$$u_{n+1} = u_n \times e^{-1}$$
$$u_{n+1} = q \times u_n$$

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = e^{-1} = \frac{1}{e}$ et de terme initial u_0 :
$u_0 = -5e^{-0+2} = -5e^{2}$

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$u_{n+1} = \frac{3e^1}{e^{3(n+1)+1}}$$
$$u_{n+1} = \frac{3e^1}{e^{3n+4}}$$
$$u_{n+1} = \frac{3e^1}{e^{3n+1+3}}$$
$$u_{n+1} = \frac{3e^1}{e^{3n+1} \times e^3}$$
$$u_{n+1} = \frac{3e^1}{e^{3n+1}} \times \frac{1}{e^3}$$
$$u_{n+1} = \frac{1}{e^3} \times u_n$$

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{e^3} = e^{-3}$ et de terme initial u_0 :

$$u_0 = \frac{3e^1}{e^{3\times 0+1}}$$
$$u_0 = \frac{3e}{e}$$
$$u_0 = 3$$