TP1 p 316 Corrigé

1)

La loi de probabilité de G est une loi de probabilité discrète, c'est-à-dire que les valeurs de G sont séparées les unes des autres.

Dans le premier exemple, les valeurs x_i sont les entiers de 1 à 10.

Les probabilités p_i sont inconnues. Posons a la probabilité que G soit égale à 1.

Les probabilités sont proportionnelles à la valeur de G. Donc $2a$ est la probabilité que G soit égale à 2.

$3a$ est la probabilité que G soit égale à 3.

$4a$ est la probabilité que G soit égale à 4.

….

Et ainsi de suite.

Enfin, on sait que la somme des probabilités est toujours égale à 1.

$$\sum_{i=1}^{10} p_i = 1$$

Ainsi :

$$a + 2a + 3a + 4a + \cdots + 10a = 1$$

$$a(1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10) = 1$$

On remarque que $1, 2, 3, \ldots, 10$ sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme 1, de dernier terme 10.

Le nombre de termes est égal à 10.

D'après la formule de la somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique :

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = \frac{(1 + 10) \times 10}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55$$

Donc :

$$a(55) = 1$$

$$a = 1/55$$

D'où la loi de probabilité de la variable aléatoire G :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL
$P(G = x_i)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{2}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\frac{4}{55}$	$\frac{5}{55}$	$\frac{6}{55}$	$\frac{7}{55}$	$\frac{8}{55}$	$\frac{9}{55}$	$\frac{10}{55}$	1

2)a)

La liste

```
X=[x for x in range(1,11)]
```

Signifie que la liste est remplie des valeurs de la variable qui vaut x lorsque x prend les valeurs entières depuis 1 compris jusqu'à 11 non compris.

Rappel : Dans `range(a,b)`, la dernière valeur `b` n'est jamais prise.

Donc la liste X=`[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]`

2)b)

La liste des probabilités contient les valeurs

$$\frac{1}{55}, \frac{2}{55}, \frac{3}{55}, \frac{4}{55}, \frac{5}{55}, \frac{6}{55}, \frac{7}{55}, \frac{8}{55}, \frac{9}{55}, \frac{10}{55}$$

Ainsi, si on choisit `i` comme nom de variable, la liste des probabilités sera créée par :

```
P = [i/55 for i in range(1,11)]
```

Remarque : On peut prendre n'importe quel nom de variable pour créer la liste. Par exemple

```
P = [z/55 for z in range(1, 11)]
```

Donne le même résultat.

Quand on définit une liste par une formule de calcul, on dit qu'on définit la liste *par compréhension*.

2)c)

Ouvrez Python sur votre calculatrice. Choisissez **Nouv** pour commencer un nouveau script. Nommez-le TP1P316

Saisissez les lignes de code suivantes :

```
def esperance(X,P):
    E=0
    for k in range(0,10):
        E=E+P[k]*X[k]
    return E


X=[x for x in range(1,11)]
P = [i/55 for i in range(1,11)]
```

Explication :

- En Python, comme dans beaucoup de langages, le premier indice d'une liste est 0.

Par exemple dans la liste X=`[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]`

On a `X[0]=1, X[1]=2, ... X[9]=10`

Donc pour énumérer les valeurs de la liste, on utilise `for k in range(0,10)`

- L'instruction `E=E+P[k]*X[k]` permet en partant de `E=0` d'accumuler au fur et à mesure les $p_i x_i$

Appuyer sur la touche en haut 'Exec' (elle correspond à la touche trace).

On voit apparaitre les 3 chevrons de la console Python

\>>>

Appuyer sur la touche Var

On voit apparaitre `esperance()` avec une flèche devant. Cela veut dire que cette fonction est sélectionnée.

Appuyer sur la touche en haut à droite 'Ok'

S'affiche alors

\>>> `esperance()`

Saisissez

\>>> `esperance(X,P)` et appuyez sur la touche entrer

Vous voyez s'afficher 7.0

C'est l'espérance de cette loi de probabilité.

2)d)

On va se baser sur la formule de la variance :

$$V = p_1(x_1 - E(X))^2 + p_2(x_2 - E(X))^2 + \cdots + p_{10}(x_{10} - E(X))^2$$

Appuyer sur 'Editer' (c'est la touche trace). En dessous de `P = [i/55 for i in range(1,11)]` écrivez la fonction :

```
from math import *
def parametres_dispersion(X,P):
    V=0
    for k in range(0,10):
        V=V+P[k]*(X[k]-esperance(X,P))**2
    return V,sqrt(V)
```

la deuxième valeur retournée est `sqrt(V)` c'est-à-dire l'écart type.

Appuyer sur la touche en haut 'Exec' (elle correspond à la touche trace)

Appuyer sur la touche Var

Sélectionner `paramètres_dispersion()` et appuyer sur la touche en haut à droite 'Ok'

S'affiche alors

`>>> paramètres_dispersion()`

Saisissez

`>>> paramètres_dispersion(X,P)` et appuyez sur la touche entrer

Vous voyez s'afficher `(6.0, 2.449489742783178)`

C'est la variance suivie de l'écart-type de cette loi de probabilité.

3)

Appuyer sur la touche 'Edit' en haut.

On doit modifier les deux listes

`X=[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]` et P

Pour X, il faut obtenir :

```
X=[2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024]
```

On remarque que ce sont des puissances successives de 2

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$\dots$$

Donc la liste X est construite en compréhension par la formule :

```
X=[2**x for x in range(1,11)]
```

Pour P il faut saisir chaque valeur car ses valeurs ne sont pas celles d'une suite simple :

P = [0.15,0.1,0.1,0.1,0.1,0.05,0.1,0.1,0.1,0.1]

Appuyer sur la touche en haut 'Exec' (elle correspond à la touche trace)

On voit apparaitre les 3 chevrons de la console Python

`>>>`

Appuyer sur la touche Var

Sélectionner `esperance()` et appuyer sur la touche en haut à droite 'Ok'

Puis compléter

`esperance(X,P)`
et appuyer sur la touche entrer

On obtient 201.5

Appuyer sur la touche Var

Sélectionner `parametres_dispersion()` et appuyer sur la touche en haut à droite ‘Ok’

Puis compléter

```
parametres_dispersion(X,P)
```
On obtient (99003.14999999999, 314,6476…..)