CHAPITRE 1 : Fonctions du second degré

[1 Définition 2](#_Toc17478230)

[*2* Représentation graphique, variation, extremum d’une fonction polynôme du second degré *f* 2](#_Toc17478231)

[2.1 Représentation graphique 2](#_Toc17478232)

[2.2 Variation et extremum 2](#_Toc17478233)

[2.3 Applications directes 3](#_Toc17478234)

[2.4 Exercice de recherche 3](#_Toc17478235)

[3 Forme canonique d’une fonction polynôme du second degré 3](#_Toc17478236)

[3.1 Reconnaitre la forme canonique et les autres formes d’un polynôme du second degré 3](#_Toc17478237)

[3.2 Déterminer la forme canonique en utilisant les identités remarquables 4](#_Toc17478238)

[3.2.1 Méthode 4](#_Toc17478239)

[3.2.2 Exemples 4](#_Toc17478240)

[3.3 Recherche de la forme canonique avec une formule 5](#_Toc17478241)

[3.3.1 Activité de découverte de la formule 5](#_Toc17478242)

[3.3.2 Application directe 5](#_Toc17478243)

[3.3.3 Exercice de recherche 5](#_Toc17478244)

[3.4 Forme canonique pour étudier les variations d’une fonction du second degré 6](#_Toc17478245)

[4 Racines, factorisation, résolution d’équation à l’aide de racines évidentes 6](#_Toc17478246)

[4.1 Résolutions d’équations par facteur commun ou identités remarquables 6](#_Toc17478247)

[4.2 Racines et forme factorisée de ax² + bx + c 6](#_Toc17478248)

[4.3 Application 6](#_Toc17478249)

[4.4 Somme et produit des racines 7](#_Toc17478250)

[4.5 Forme factorisée à partir d’une ou 2 racines évidentes 8](#_Toc17478251)

[4.5.1 Deux racines évidentes 8](#_Toc17478252)

[4.5.2 Une racine évidente 8](#_Toc17478253)

[4.6 Signe d’un polynôme du second degré factorisé 8](#_Toc17478254)

[5 Racines, factorisation, équation, inéquation : formules générales 9](#_Toc17478255)

[5.1 Résoudre une équation du second degré 9](#_Toc17478256)

[5.2 Applications directes 10](#_Toc17478257)

[5.3 Exercice de recherche 10](#_Toc17478258)

[5.4 Signe d’un polynôme du second degré et résolution d’inéquation 10](#_Toc17478259)

[5.5 Résoudre une inéquation du second degré 11](#_Toc17478260)

[5.6 Factoriser un polynôme du second degré 12](#_Toc17478261)

CHAPITRE 1 : Fonctions polynômes du second degré

# Définition

Une fonction polynôme du second degré est une fonction *f* définie sur dont l’expression peut être mise sous la forme développée où les coefficients *a*, *b* et *c* sont des constantes réelles et

* Reconnaitre les fonctions polynômes du second degré : 1 p. 57

# Représentation graphique, variation, extremum d’une fonction polynôme du second degré *f*

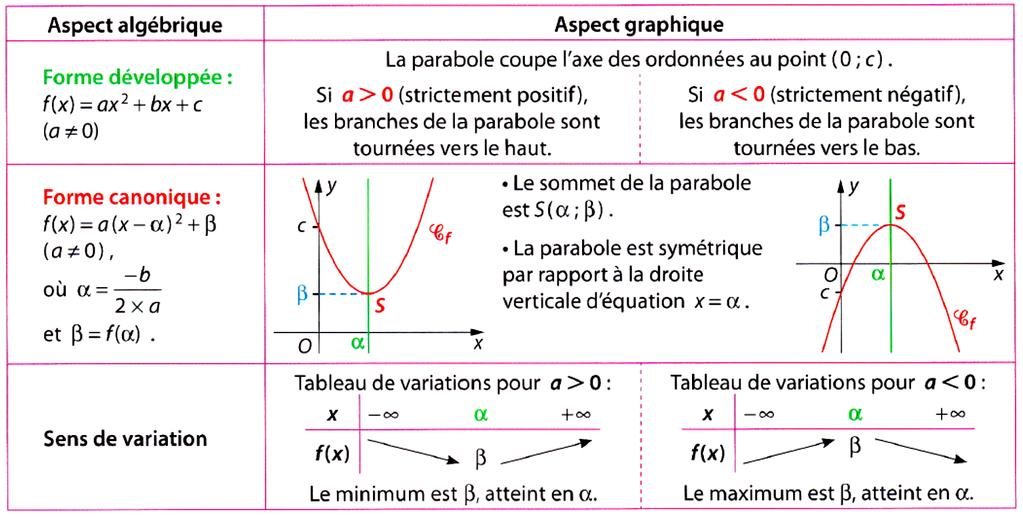
## Représentation graphique

Dans un repère du plan, la courbe représentative d’une fonction polynôme du second degré *f* est une parabole de sommet S(α ;β) avec et β = *f*(*α*). Elle admet pour axe de symétrie la droite d’équation *x*=*α*.

## Variation et extremum

Si , la parabole est tournée vers le haut donc *f* est strictement décroissante sur et strictement croissante sur . *f* admet un minimum en α égal à β.

Si , la parabole est tournée vers le bas donc *f* est strictement croissante sur et strictement décroissante sur . *f* admet un maximum en α égal à β.



## Applications directes

* Soit *f* la fonction définie sur par . Déterminer le tableau de variation de *f*.
* Soit *f* la fonction définie sur par Montrer que *f* admet un maximum et préciser sa valeur.

## Exercice de recherche

est un tétraèdre tel que , et sont des triangles **rectangles isocèles en O** et **OA = OB = OC = 4**.

Un artiste souhaite utiliser ce tétraèdre comme support pour réaliser puis présenter un tableau correspondant au rectangle MNPQ sur le schéma.

M, N, P et Q sont des points des segments [OA], [OB], [CB] et [AC] respectivement. Le tableau sera placé de telle façon que (MN)//(AB), (NP)//(OC), (QP)//(AB) et (MQ)//(OC).

On pose OM = *x*, avec et on note *f*(*x*) l’aire du tableau rectangulaire MNPQ.

L’artiste souhaite réaliser un tableau d’aire maximale. *Le but de l’exercice est de déterminer la position de M sur [OA] qui permet de réaliser son souhait.*

1. a) Calculer la longueur AB.
   1. Dans le triangle OAB, démontrer que MN =.
   2. Déterminer, de même, MQ en fonction de *x*.
2. Montrer que , pour tout *x* de .
3. a) Dresser le tableau de variation de la fonction *f* sur , en justifiant.
   1. En déduire où placer M pour que l’aire du tableau rectangulaire MNPQ soit maximale.

# Forme canonique d’une fonction polynôme du second degré

## Reconnaitre la forme canonique et les autres formes d’un polynôme du second degré

a/ On donne trois formes d’expressions pour une même fonction polynôme du second degré *f*.

* Nommer chacune des formes (la forme inconnue sera la forme canonique).
* Comment peut-on reconnaitre la forme canonique ?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Forme de l’expression | *f*(*x*)=(*x*−1)(2*x*−3) |  |  |
|  | Forme factorisée | Forme développée | Forme canonique |

Dans la forme canonique la variable *x* apparait une seule fois.

b/ Mettre une croix dans la case de la forme qui convient :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Expression | Forme factorisée | Forme développée | Forme canonique |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

## Déterminer la forme canonique en utilisant les identités remarquables

### Méthode

Développer et :

et

Donc et

### Exemples

* 4

Mettre *a*=-2 en facteur :

On remarque que donc .

comme alors

Exemple supplémentaire : Mettre sous la forme canonique

On trouve

## Recherche de la forme canonique avec une formule

### Activité de découverte de la formule

Compléter le tableau suivant :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Forme développée | Forme canonique | Coordonnées du sommet de la parabole représentant la fonction |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

### Application directe

Soit *f* la fonction définie sur par .

Calculer sa forme canonique.

### Exercice de recherche

L’architecte Antonio Gaudi a conçu l’entrée du palais Güell de Barcelone à partir d’une parabole représentée dans un repère orthonormal où une unité de longueur représente 1 mètre en réalité.

La hauteur de la porte est de 4,2 m et sa largeur est de 3,6 m.

Déterminer la forme canonique de la fonction polynôme du second degré représentée.

## Forme canonique pour étudier les variations d’une fonction du second degré

Déterminer les tableaux de variation sur des fonctions *f* et g définies respectivement par

et

# Racines, factorisation, résolution d’équation à l’aide de racines évidentes

## Résolutions d’équations par facteur commun ou identités remarquables

Résoudre dans  les équations suivantes, si cela est possible :

## Racines et forme factorisée de ax² + bx + c

Les solutions et de l’équation avec , si elles existent, sont appelées **les racines** du trinôme . Ce **sont les valeurs de**  **telles que** .

La forme factorisée de est alors .

## http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/41/Fa%C3%A7ana_Palau_Guell-Barcelona.Catalunya.jpgApplication

L’architecte Antonio Gaudi a conçu l’entrée du palais Güell de Barcelone à partir d’une parabole représentée dans un repère orthonormal où une unité de longueur représente 1 mètre en réalité.

La hauteur de la porte est de 4,2 m et sa largeur est de 3,6 m.

Déterminer la forme factorisée de la fonction polynôme du second degré représentée.

## Somme et produit des racines

Soient *x*1 et *x*2 les racines de .

Démonstration :

Par symétrie, α est le milieu de

donc *x*1 + *x*2

*Démonstration* :

Les coefficients des termes de même degré doivent être égaux. Donc, par identification, on a

donc

## Forme factorisée à partir d’une ou 2 racines évidentes

### Deux racines évidentes

On appelle "racines évidentes" les valeurs entières

1 et -2 sont des racines évidentes de car

et

Donc la forme factorisée de est

### Une racine évidente

Soit

est une racine évidente car .

On ne trouve pas une 2ième racine évidente. On utilise :

Puisque donc

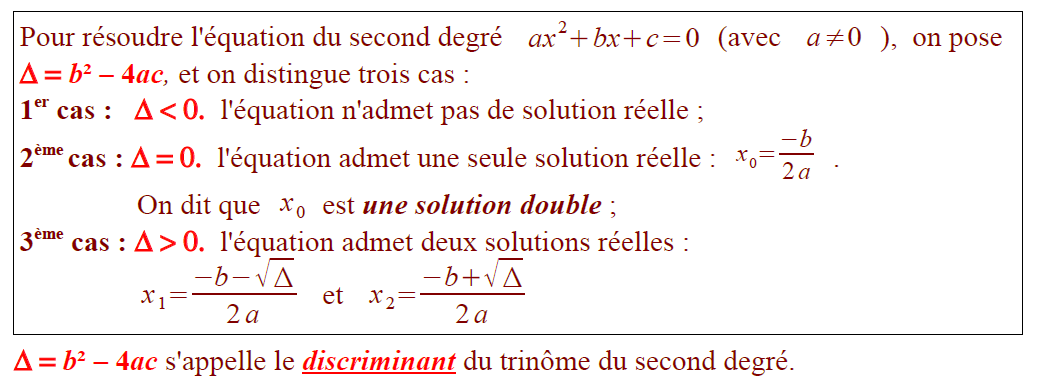
Donc la forme factorisée de est

## Signe d’un polynôme du second degré factorisé

Déterminer le signe de dont la forme factorisée est

# Racines, factorisation, équation, inéquation : formules générales

## Résoudre une équation du second degré



* **Démonstration page 54. Correction de la question 5 :**

équivaut successivement à

ou

La première possibilité est exclue, étant donné que . Donc équivaut à

soit encore à

1er cas :

Dans l'égalité , le membre de gauche est positif ou nul, alors que le membre de droite est strictement négatif. C'est impossible.

Donc l'équation n'a pas de solution.

2ème cas :

équivaut successivement à

ou ou

Donc l'équation a une solution double

## Applications directes

Résoudre dans  les équations suivantes :

.

.

.



## Exercice de recherche

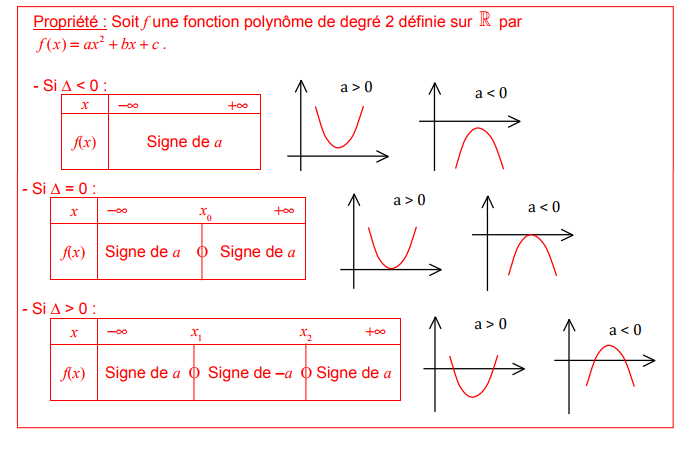
Le lycée d’Avesnières souhaite créer un logo correspondant au carré ABCD de côté 10 *cm*.

On a IJ = OP = *x*. Pour des raisons d’esthétisme, on souhaite que l’aire de la croix hachurée soit égale à la moitié de l’aire du carré ABCD.

Calculer la valeur de *x* qui permet de répondre à cette demande.

## Signe d’un polynôme du second degré et résolution d’inéquation

a/ Méthode pour dresser le tableau de signe de :



b/ Compléter le tableau avec l’étude précédente et dresser les tableaux de signe pour chacun des polynômes :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Polynôme du 2nd degré | Discriminant | Racines | Tableau de signes |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

## Résoudre une inéquation du second degré

a/ Application directe :

Résoudre sur , l’inéquation

b/ Exercice de recherche :

Lorsque ce panneau solaire photovoltaïque fait un angle *x* (en degré) avec l’horizontale pendant une année, la quantité d’énergie (en kWh) reçue annuellement par le panneau est alors :

*x*

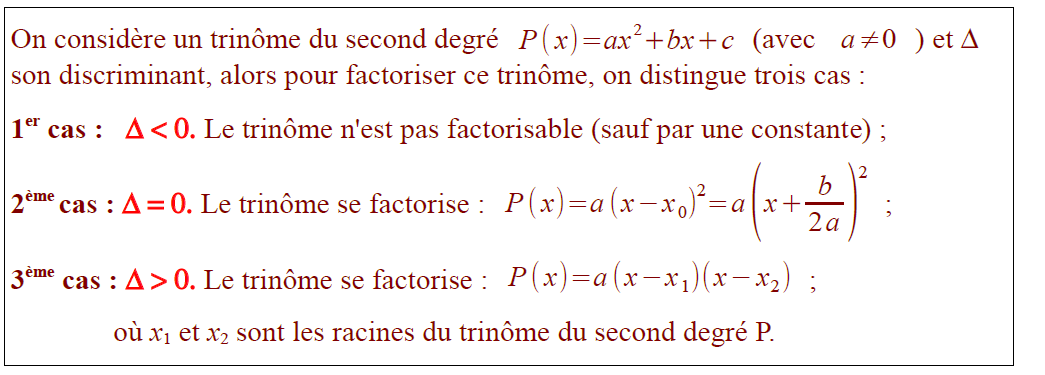
avec .

1/ Calculer l’angle qui permet de recevoir une quantité d’énergie annuelle maximale. Que vaut cette quantité ?

2/ Déterminer l’inclinaison (angle *x*) qui permet de recevoir une quantité d’énergie annuelle égale à 1700 kWh. On donnera la valeur arrondie à près.

3/ Déterminer toutes les inclinaisons qui permettent de recevoir, annuellement, une quantité d’énergie supérieure ou égale à 1500 kWh.

## Factoriser un polynôme du second degré



Compléter le tableau avec l’étude précédente et donner la forme factorisée des polynômes si possible :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Polynôme du 2nd degré | Discriminant | Racines | Forme factorisée |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |