Chapitre 4

Trigonométrie – COURS

[1. Lecture sur le cercle trigonométrique 2](#_Toc14253237)

[1.1 Le cercle trigonométrique 2](#_Toc14253238)

[1.2 Longueur d’un arc 2](#_Toc14253239)

[1.3 Radian 2](#_Toc14253240)

[2. Enroulement de la droite des réels 3](#_Toc14253241)

[3. Sinus et cosinus d’un nombre réel 3](#_Toc14253242)

[3.1 Définitions 3](#_Toc14253243)

[3.2 Valeurs remarquables du sinus et du cosinus 4](#_Toc14253244)

[3.3 Lien avec le sinus et le cosinus dans un triangle rectangle 4](#_Toc14253245)

# Lecture sur le cercle trigonométrique

## Le cercle trigonométrique

#### Définition

Sur un cercle, on appelle sens direct, sens positif ou sens trigonométrique le sens contraire des aiguilles d’une montre.

#### Définition

Dans le plan muni d’un repère orthonormé et orienté dans le sens direct, le cercle trigonométrique est le cercle de centre O et de rayon 1.

## Longueur d’un arc

#### Propriété (admise)

Sur le cercle trigonométrique, la longueur de l’arc de cercle (exprimée dans l’unité de longueur du repère) est proportionnelle à la mesure de l’angle exprimée en degré.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Mesure de en degré |  |  |  |  |
| Longueur de l’arc  |  |  |  |  |

## Radian

#### Définition

Soit le point du cercle trigonométrique tel que l’arc ait pour longueur unité (exprimée dans l’unité de longueur du repère).

On définit un radian (noté ) comme étant la mesure de l’angle .

#### Propriété (admise)

L’angle plat mesure radians et aussi . La mesure d’un angle en radians est proportionnelle à sa mesure en degré.

Ainsi, on obtient le tableau des valeurs remarquables :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  en degrés |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  en radians |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

***Exemple :*** Si rad alors

# Enroulement de la droite des réels

Soit (C ) un cercle trigonométrique.



 (C )

Soit la tangente au cercle (C ) au point et soit le point de de coordonnées dans le repère .

Par le procédé de l’enroulement de la droite , qui représente les nombres réels, autour du cercle trigonométrique (C ) :

* A tout point de la droite d’abscisse dans le repère on associe un **unique** point du cercle (C ). On dit que est l’image du réel sur le cercle trigonométrique ou qu’on associe le réel au point .
* Réciproquement, à tout point de (C ) on associe une infinité de points de la droite dont les abscisses dans le repère sont , , , … , , , …

#### Propriété (admise)

Soit un réel et le point du cercle (C ) associé au réel . Le point est associé à tous les réels de la forme .



# Sinus et cosinus d’un nombre réel

## Définitions

Soit un réel et le point du cercle trigonométrique associé au réel .

* On appelle **cosinus** du réel **l’abscisse** du point dans le repère .
* On appelle **sinus** du réel **l’ordonnée** du point dans le repère .

#### Propriétés

* Pour tout réel , et .
* Pour tout réel , et avec .
* Pour tout réel ,

#### Remarque

 peut se noter .

## Valeurs remarquables du sinus et du cosinus



D’où les valeurs remarquables :

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| **Angle en degré** |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

## Lien avec le sinus et le cosinus dans un triangle rectangle



On considère le cercle trigonométrique et la tangente au cercle.

Pour tout nombre tel que : , d’image , on considère le point de l’axe des abscisses tel que est perpendiculaire à .

Dans le triangle , rectangle en , on a :

Or :

 et

Donc :