Chapitre 5

Suites numériques – COURS

[1. Modes de génération d'une suite 2](#_Toc30238157)

[1.1 Définition par une fonction de *n* 2](#_Toc30238158)

[1.2 Définition par une relation de récurrence 2](#_Toc30238159)

[1.3 Représentation graphique 2](#_Toc30238160)

[2. Suites arithmétiques, suites géométriques 3](#_Toc30238161)

# Modes de génération d'une suite

## Définition par une fonction de *n*

* Les suites sont des fonctions de $N$ vers $R$.
* On note $\left(U\_{n}\right)$ la suite (avec des parenthèses).
* On note $U\_{n}$ le réel qui est l’image de l’entier naturel$n$par la suite $\left(U\_{n}\right)$

***Exemple :***

Soit la suite $(U\_{n})$ définie pour tout $n\in N$ par $U\_{n}=\left(n-4\right)^{2}-2$.

***Vocabulaire :*** On dit que $U\_{n}$ est le terme général de la suite.

## Définition par une relation de récurrence

(du latin **recurrens** qui signifie revenir en arrière)
1. Signification dans le langage courant : qui revient, réapparaît, se reproduit.
2. Série récurrente : Suite dont le terme général s'exprime à partir du terme ou des termes le précédant.

***Exemple :*** Soit la suite $(U\_{n})$ définie pour tout $n\in N$ par $\left\{\begin{array}{c}U\_{0}=2 \\U\_{n+1}=\frac{1}{2}U\_{n}+3\end{array}\right.$

Le calcul des premiers termes se fait en remplaçant $n$ par les valeurs $0 ;1 ;2 ;…$

$$U\_{0+1}=\frac{1}{2}U\_{0}+3 U\_{1}=\frac{1}{2}U\_{0}+3 U\_{1}=\frac{1}{2}×2+3 U\_{1}=4$$

$$U\_{1+1}=\frac{1}{2}U\_{1}+3 U\_{2}=\frac{1}{2}U\_{1}+3 U\_{2}=\frac{1}{2}×4+3 U\_{2}=5 $$

$$U\_{2+1}=\frac{1}{2}U\_{2}+3 U\_{3}=\frac{1}{2}U\_{2}+3 U\_{3}=\frac{1}{2}×5+3 U\_{3}=\frac{11}{2}…$$

***Remarque :***

Soit la suite $(V\_{n})$ définie pour tout $n\in N^{\*}$ par $\left\{\begin{array}{c}V\_{0}=2 \\V\_{n}=\frac{1}{2}V\_{n-1}+3\end{array}\right.$ est identique à la suite $(U\_{n}) $

Le calcul des premiers termes se fait en remplaçant $n$ par les valeurs $1 ;2 ;3 ;…$

## Représentation graphique

On représente les suites par des points dont les abscisses sont des entiers naturels (ce sont les valeurs de$n$).

Les ordonnées (ce sont les valeurs de $U\_{n}$) sont des réels quelconques.

***Exemple :***

$(U\_{n})$ est la suite définie pour tout $n\in N^{\*}$ par $U\_{n}=1+\frac{1}{n}$

$$U\_{1}=1+\frac{1}{1}=2 ; U\_{2}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}; U\_{3}=1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}; U\_{4}=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}….$$



# Suites arithmétiques, suites géométriques

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Suites arithmétiques** | **Suites géométriques** |
| **Définition par une relation de récurrence** | Pour tout $n\in N$ :$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0} \\u\_{n+1}=u\_{n}+r\end{array}\right.$$$r$ est une constante appelée raison***Exemple :***$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=10 \\u\_{n+1}=u\_{n}-2\end{array}\right.$$ | Pour tout $n\in N$ :$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0} \\u\_{n+1}=u\_{n}×q\end{array}\right.$$$q$ est une constante non nulle appelée raison***Exemple :***$$\left\{\begin{array}{c}u\_{0}=10 \\u\_{n+1}=-2u\_{n}\end{array}\right.$$ |
| **Définition en fonction de** $n$ **à partir de** $u\_{0}$ | Pour tout $n\in N$ :$$u\_{n}=u\_{0}+nr$$***Exemple :***Pour tout $n\in N$ :$$u\_{n}=10-2n$$ | Pour tout $n\in N$ :$$u\_{n}=u\_{0}×q^{n}$$***Exemple :***Pour tout $n\in N$ :$$u\_{n}=10×\left(-2\right)^{n}$$ |
| **Définition en fonction de** $n$ **à partir d’un terme** $u\_{p}$ | Pour tout entier $n\geq p$ :$$u\_{n}=u\_{p}+\left(n-p\right)r$$***Exemple :***Pour tout entier $n\geq 5$ :$$u\_{n}=u\_{5}-2\left(n-5\right)$$ | Pour tout entier $n\geq p$ :$$u\_{n}=u\_{p}×q^{n-p}$$***Exemple :***Pour tout entier $n\geq 5$ :$$u\_{n}=u\_{5}×\left(-2\right)^{n-5}$$ |
| **Somme de termes consécutifs** | $$S=\frac{\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}1^{er} ter.+ dernier ter.\end{array}\right)×n^{bre} termes\end{array}}{2}$$***Exemple :***$$S=u\_{3}+u\_{4}+…+u\_{9}$$$$u\_{n}=10-2n$$$$u\_{3}=10-2×3=4$$$$u\_{9}=10-2×9=-8$$$$n^{bre} termes=9-3+1=7$$$$S=\frac{\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}4+(-8)\end{array}\right)×7\end{array}}{2}$$$$S=-14$$ | $$S=1^{er} terme ×\frac{\begin{array}{c}\begin{array}{c}\begin{array}{c}1- q^{n^{bre} termes}\end{array}\end{array}\end{array}}{1-q}$$***Exemple :***$$S=u\_{3}+u\_{4}+…+u\_{9}$$$$u\_{n}=10×\left(-2\right)^{n}$$$$u\_{3}=10×\left(-2\right)^{3}=-80$$$$n^{bre} termes=9-3+1=7$$$$S=-80 ×\frac{\begin{array}{c}\begin{array}{c}\begin{array}{c}1- \left(-2\right)^{7}\end{array}\end{array}\end{array}}{1-\left(-2\right)}$$$$S=-80 ×\frac{\begin{array}{c}\begin{array}{c}\begin{array}{c}1- \left(-128\right)\end{array}\end{array}\end{array}}{3}$$$$S=-80 ×\frac{\begin{array}{c}\begin{array}{c}\begin{array}{c}129\end{array}\end{array}\end{array}}{3}$$$$S=-3440$$ |