

# Chapitre 5

## Suites numériques – COURS

---

1. Modes de génération d'une suite .....	2
1.1 Définition par une fonction de $n$ .....	2
1.2 Définition par une relation de récurrence .....	2
1.3 Représentation graphique .....	2
2. Suites arithmétiques, suites géométriques .....	3

# 1. Modes de génération d'une suite

## 1.1 Définition par une fonction de $n$

- Les suites sont des fonctions de  $\mathbb{N}$  vers  $\mathbb{R}$ .
- On note  $(U_n)$  la suite (avec des parenthèses).
- On note  $U_n$  le réel qui est l'image de l'entier naturel  $n$  par la suite  $(U_n)$

### Exemple :

Soit la suite  $(U_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $U_n = (n - 4)^2 - 2$ .

Vocabulaire : On dit que  $U_n$  est le terme général de la suite.

## 1.2 Définition par une relation de récurrence

(du latin **recurrens** qui signifie revenir en arrière)

1. Signification dans le langage courant : qui revient, réapparaît, se reproduit.
2. Série récurrente : Suite dont le terme général s'exprime à partir du terme ou des termes le précédant.

Exemple : Soit la suite  $(U_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par  $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$

Le calcul des premiers termes se fait en remplaçant  $n$  par les valeurs 0 ; 1 ; 2 ; ...

$$\begin{aligned} U_{0+1} &= \frac{1}{2}U_0 + 3 & U_1 &= \frac{1}{2}U_0 + 3 & U_1 &= \frac{1}{2} \times 2 + 3 & U_1 &= 4 \\ U_{1+1} &= \frac{1}{2}U_1 + 3 & U_2 &= \frac{1}{2}U_1 + 3 & U_2 &= \frac{1}{2} \times 4 + 3 & U_2 &= 5 \\ U_{2+1} &= \frac{1}{2}U_2 + 3 & U_3 &= \frac{1}{2}U_2 + 3 & U_3 &= \frac{1}{2} \times 5 + 3 & U_3 &= \frac{11}{2} \dots \end{aligned}$$

### Remarque :

Soit la suite  $(V_n)$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_n = \frac{1}{2}V_{n-1} + 3 \end{cases}$  est identique à la suite  $(U_n)$

Le calcul des premiers termes se fait en remplaçant  $n$  par les valeurs 1 ; 2 ; 3 ; ...

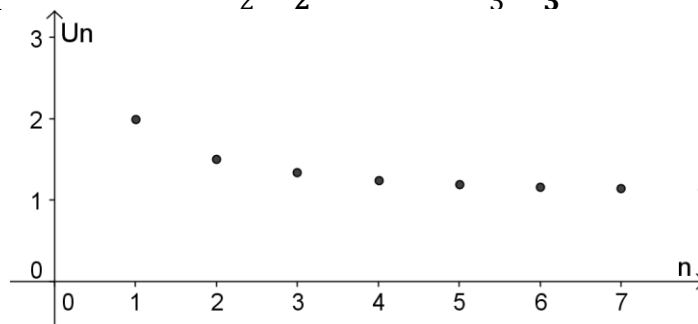
## 1.3 Représentation graphique

On représente les suites par des points dont les abscisses sont des entiers naturels (ce sont les valeurs de  $n$ ). Les ordonnées (ce sont les valeurs de  $U_n$ ) sont des réels quelconques.

### Exemple :

$(U_n)$  est la suite définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par  $U_n = 1 + \frac{1}{n}$

$$U_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2; \quad U_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}; \quad U_3 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}; \quad U_4 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \dots$$



## 2. Suites arithmétiques, suites géométriques

	Suites arithmétiques	Suites géométriques
Définition par une relation de récurrence	Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n + r \end{cases}$	Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $\begin{cases} u_0 \\ u_{n+1} = u_n \times q \end{cases}$
	$r$ est une constante appelée raison  <b>Exemple :</b> $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$	$q$ est une constante non nulle appelée raison  <b>Exemple :</b> $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = -2u_n \end{cases}$
Définition en fonction de $n$ à partir de $u_0$	Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $u_n = u_0 + nr$	Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $u_n = u_0 \times q^n$
	<b>Exemple :</b> Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $u_n = 10 - 2n$	<b>Exemple :</b> Pour tout $n \in \mathbb{N}$ : $u_n = 10 \times (-2)^n$
Définition en fonction de $n$ à partir d'un terme $u_p$	Pour tout entier $n \geq p$ : $u_n = u_p + (n - p)r$	Pour tout entier $n \geq p$ : $u_n = u_p \times q^{n-p}$
	<b>Exemple :</b> Pour tout entier $n \geq 5$ : $u_n = u_5 - 2(n - 5)$	<b>Exemple :</b> Pour tout entier $n \geq 5$ : $u_n = u_5 \times (-2)^{n-5}$
Somme de termes consécutifs	$S = \frac{(1^{er} \text{ ter.} + \text{dernier ter.}) \times n^{bre} \text{ termes}}{2}$	$S = 1^{er} \text{ terme} \times \frac{1 - q^{n^{bre} \text{ termes}}}{1 - q}$
	<b>Exemple :</b> $S = u_3 + u_4 + \dots + u_9$ $u_n = 10 - 2n$ $u_3 = 10 - 2 \times 3 = 4$ $u_9 = 10 - 2 \times 9 = -8$ $n^{bre} \text{ termes} = 9 - 3 + 1 = 7$ $S = \frac{(4 + (-8)) \times 7}{2}$ $S = -14$	<b>Exemple :</b> $S = u_3 + u_4 + \dots + u_9$ $u_n = 10 \times (-2)^n$ $u_3 = 10 \times (-2)^3 = -80$ $n^{bre} \text{ termes} = 9 - 3 + 1 = 7$ $S = -80 \times \frac{1 - (-2)^7}{1 - (-2)}$ $S = -80 \times \frac{1 - (-128)}{3}$ $S = -80 \times \frac{129}{3}$ $S = -3440$