Chapitre 9
Géométrie repérée – COURS

1. Rappels sur les droites (*https://maths-bac.com*)

Définition

Deux vecteurs sont **colinéaires** si et seulement si

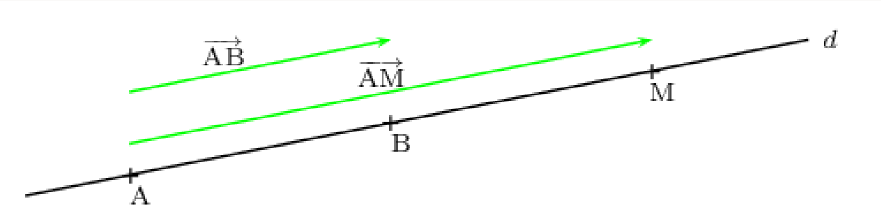
- soit l'un des deux vecteurs est nul
- soit les deux vecteurs ont la même direction.

Propriété

Soient A et B deux points distincts d'une droite d.

M appartient à la droite d si et seulement si il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}$ est **un vecteur directeur** de la droite d.



***Remarque**:*

Une droite peut être définie par 2 points distincts.

Une droite peut être définie par un point et un vecteur directeur (nécessairement non nul).

Propriété

Deux droites sont **parallèles**

si et seulement si elles ont des vecteurs directeurs **colinéaires**.

Propriété

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit $\vec{u}(x\,;\,y)$ et $\vec{v}(x'\,;\,y')$ deux vecteurs et λ un réel.

alors: $\boxed{\vec{u}+\vec{v}\,(x+x'\,;\,y+y')}$ et $\boxed{\lambda\vec{u}\,(\lambda x\,;\,\lambda y)}$.

Soit $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points du plan.

alors: $\boxed{\overrightarrow{AB}\,(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)}$;

si $I(x_I; y_I)$ est le **milieu** de [AB],

alors: $\boxed{x_I = \frac{x_A+x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A+y_B}{2}}$.

Définition

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit $\vec{u}(x\,;\,y)$ et $\vec{v}(x'\,;\,y')$ deux vecteurs.

Le **déterminant** du couple $(\vec{u};\vec{v})$ est le réel $\boxed{xy' - x'y}$

Propriété

Le plan est muni d'un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit $\vec{u}(x\,;\,y)$ et $\vec{v}(x'\,;\,y')$ deux vecteurs

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** si et seulement si le **déterminant** du couple $(\vec{u}; \vec{v})$ est nul.

Propriété

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Si $\vec{u}(-b\,;\,a)$ est un **vecteur directeur de la droite** d,
alors d admet une équation cartésienne du type $ax + by + c = 0$.

Réciproquement, l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient l'égalité $ax + by + c = 0$ (avec a et b non nuls ensembles) est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b\,;\,a)$.

2. Equation d'une droite à l'aide d'un vecteur normal

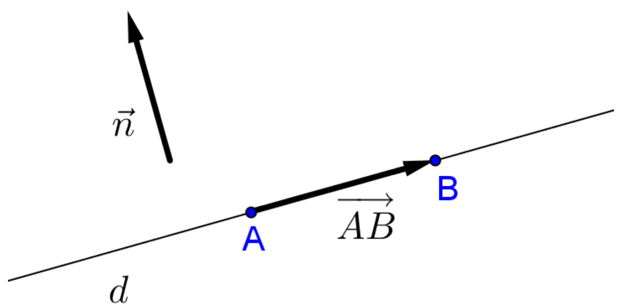
Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Définition :

Un vecteur normal à une droite d est **un vecteur non nul et orthogonal** à tout vecteur directeur de d.

Exemple :

$\vec{n}$ est un vecteur normal à la droite d



Propriétés :

Soit d une droite et soit $\vec{n}$ un vecteur non nul.

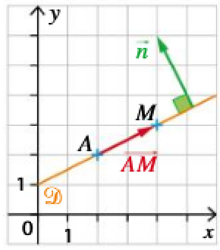
- Si $\vec{n}$ est un vecteur normal à d, alors tout vecteur non nul colinéaire à $\vec{n}$ est un vecteur normal à d.
- Tout vecteur normal à d est orthogonal à tout vecteur directeur de d.

Propriété :

Soit d une droite passant par un point A et de vecteur normal $\vec{n}$.

Un point M appartient à d si et seulement si : $\overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$.

Exemple :
Soit d la droite passant par le point $A(1\,;2)$ et de vecteur normal $\vec{n}(-1\,;3)$.
Soit le point $B(4\,;3)$.



$$\overrightarrow{AB}.\vec{n} = (4-1)\times(-1) + (3-2)\times 3 = -3+3 = 0$$

Le point B appartient donc à d.

Propriété :

Soit d une droite de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\end{pmatrix}$.
Alors une équation cartésienne de d s'écrit :

$$\boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}y + c = 0$$

Réciproquement :
Si a et b ne sont pas tous les deux nuls simultanément, alors l'équation $\boldsymbol{a}x + \boldsymbol{b}y + c = 0$ est l'équation d'une droite de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}\boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{b}\end{pmatrix}$.

Méthode : Déterminer une équation de droite connaissant un point et un vecteur normal

Énoncé

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan, on considère la droite *d* passant par le point $A(-5\,;4)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite d.

Solution

Comme $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de *d*, une équation cartésienne de *d* est de la forme $3x - y + c = 0$.
Le point $A(-5\,;4)$ appartient à la droite *d*, donc : $3\times(-5) - 4 + c = 0$ et donc : $c = 19$.
Une équation cartésienne de *d* est : $3x - y + 19 = 0$.

Méthode : Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

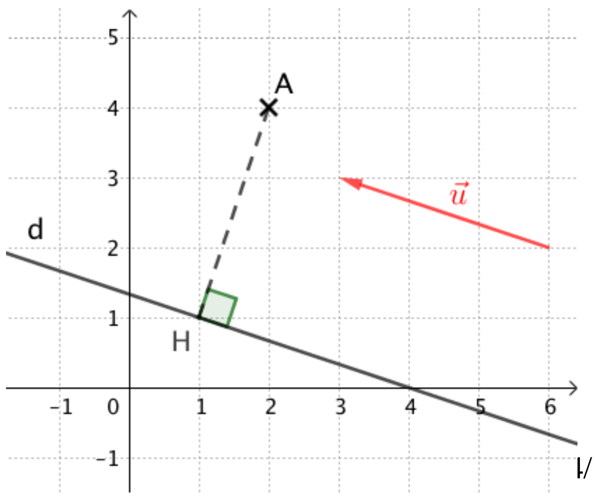
Énoncé

Soit la droite *d* d'équation : $x + 3y - 4 = 0$ et le point A de coordonnées $(2\,;\,4)$.

Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de A sur la droite d.

Solution

- On commence par déterminer une équation de la droite (AH) :



Comme *d* et (AH) sont perpendiculaires, un vecteur directeur de *d* est un vecteur normal de (AH).

Une équation cartésienne de *d* est : $x + 3y - 4 = 0$,
donc le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de *d*.
Et donc $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal de (AH).
Une équation de (AH) est de la forme : $-3x + y + c = 0$.

Or, le point $A(2\,;\,4)$ appartient à (AH), donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

On a : $-3\times 2+4+c=0$ soit : $c=2$.
Une équation de (AH) est donc : $-3x+y+2=0$.

- H est le point d'intersection de *d* et (AH), donc ses coordonnées $(x\,;y)$ vérifient les équations des deux droites.
  Résolvons alors le système :

$\begin{cases} x+3y-4=0 \\ -3x+y+2=0 \end{cases}$, soit $\begin{cases} x=-3y+4 \\ -3(-3y+4)+y+2=0 \end{cases}$, soit encore $\begin{cases} x=-3y+4 \\ 10y-10=0 \end{cases}$,

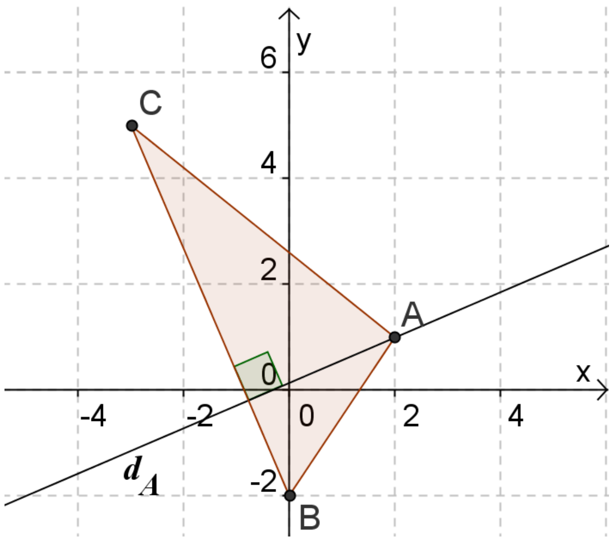
soit enfin

$\begin{cases} x=-3y+4 \\ y=\frac{10}{10}=1 \end{cases}$ et donc $\begin{cases} x=-3\times 1+4 \\ y=1 \end{cases}$

Le point H, projeté orthogonal de A sur la droite *d*, a pour coordonnées $(1\,;\,1)$.

Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration

Exemple :
Soit les points $A(2\,;1)$, $B(0\,;\,-2)$ et $C(-3\,;5)$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Déterminer une équation de la hauteur d_A issue de A dans le triangle ABC.



Réponse :

- d_A est la droite perpendiculaire à la droite (BC) passant par A.

Donc $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3-0 \\ 5-(-2)\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à la droite d_A.

On a $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}\mathbf{-3} \\ \mathbf{7}\end{pmatrix}$. Donc une équation de d_A est :

$\mathbf{-3}x+\mathbf{7}y+c=0$.

- On détermine c en remplaçant x et y par les coordonnées du point $A(2\,;1)$ qui est sur d_A :

$-3(2)+7(1)+c=0$

$c=3\times 2-7\times 1$

$c=-1$

<u>Conclusion :</u> d_A a comme équation cartésienne : $\boxed{-3x+7y-1=0}$

3. Equation d'un cercle

3.1 Cercle défini par centre et rayon

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

Propriété et définitions :

Soit A un point.
Le cercle de centre A et de rayon r ($r > 0$) est l'ensemble des points M tels que : $AM = r$.
On en déduit la propriété suivante :

Un point $M(x\,;y)$ appartient au cercle (C) de centre $A(x_A\,;y_A)$ et de rayon r si et seulement si :

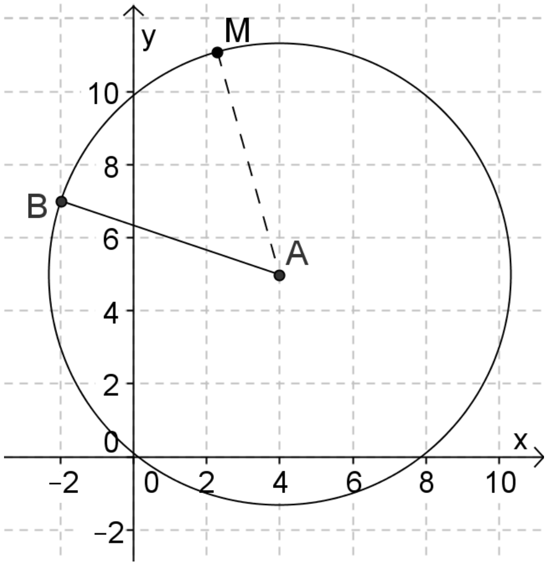
$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2.$$

Cette équation est appelée équation cartésienne du cercle (C).

Méthode : Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle donné par son centre et son rayon.

Exemple 1 :

Soit les points $A(4\,;5)$ et $B(-2\,;\,7)$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Déterminer une équation du cercle C de centre A passant par B.



Réponse :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2-4\\7-5\end{pmatrix}\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\2\end{pmatrix}$$

* $M(x\,;y) \in C$

équivaut successivement à :

* $AM = r$
* $\sqrt{(x-4)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2}$
* $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 40$
* $x^2 - 8x + 16 + y^2 - 10y + 25 = 40$
* $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$

Conclusion : Le cercle C a comme équation $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$.

Exemple 2 (Indice 1re – Ed. 2019 – Bordas, p. 251) :

CAPACITÉ 3

Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle donné par son centre et son rayon

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle $\mathscr{C}$ de centre A(2 ; –3) et de rayon 4.
1. Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}$.
2. a. Le point B(6 ; –2) appartient-il à $\mathscr{C}$?
b. Déterminer les coordonnées des points de $\mathscr{C}$ d'abscisse 2.

Solution commentée

1. Soit un point M de coordonnées $(x\,;y)$.
M appartient à $\mathscr{C}$ si, et seulement si, AM = 4 donc si, et seulement si, $AM^2 = 4^2$.
Or, $AM^2 = (x-2)^2 + (y-(-3))^2$. Donc M appartient à $\mathscr{C}$ équivaut à $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.
On peut aussi écrire cette équation ainsi :
$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 16, \text{ soit } x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0.$$
2. a. $(x_B - 2)^2 + (y_B + 3)^2 = (6-2)^2 + (-2+3)^2 = 4^2 + 1^2 = 17$ et $17 \neq 16$.
Les coordonnées de B ne vérifient pas l'équation de $\mathscr{C}$ donc B n'appartient pas à $\mathscr{C}$.
b. L'ordonnée y des points de $\mathscr{C}$ d'abscisse 2 vérifie $(2-2)^2 + (y+3)^2 = 16$.
On résout l'équation $(y+3)^2 = 16$:
$(y+3)^2 = 16$ équivaut à $y + 3 = -4$ ou $y + 3 = 4$, soit $y = -7$ ou $y = 1$.
Les points de $\mathscr{C}$ d'abscisse 2 sont les points de coordonnées (2 ; –7) et (2 ; 1).
Remarque : On aurait pu utiliser l'équation $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.

Méthode : Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.

On écrit le polynôme en x comme début d'une identité remarquable.
De même pour le polynôme en y.
Puis on met sous la forme $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2$

Exemple 1 :
Déterminer l'ensemble E des points $M(x\,;y)$ vérifiant l'équation $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 6 = 0$.

Réponse :
$x^2 - 2x$ est le début de $(x-1)^2 = \mathbf{x^2 - 2x} + 1$
$y^2 + 8y$ est le début de $(y+4)^2 = \mathbf{y^2 + 8y} + 16$

* $M(x\,;y) \in E$

équivaut successivement à :

* $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 6 = 0$
* $(x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 - 6 = 0$
* $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 23$
* $(x-1)^2 + (y+4)^2 = \left(\sqrt{23}\right)^2$
* $\left(x-(1)\right)^2 + \left(y-(-4)\right)^2 = \left(\sqrt{23}\right)^2$

Conclusion :
l'ensemble E est le cercle de centre $A(1\,;\,-4)$ et de rayon $r = \sqrt{23}$.

Exemple 2 (Indice 1ʳᵉ – Ed. 2019 – Bordas, p. 252) :

4 CAPACITÉ

Reconnaître une équation de cercle

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Les équations suivantes sont-elles des équations de cercle ?
Si oui, déterminer le centre et le rayon du cercle.

1. $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$
2. $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 19 = 0$

Solution commentée

1. On cherche à écrire l'équation $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$ sous la forme $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = k$, où k est un réel.
Comme $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$ et $y^2 + 8y = (y+4)^2 - 16$,
$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$ équivaut à $(x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 + 8 = 0$,
donc à $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$, soit $(x-1)^2 + (y-(-4))^2 = 3^2$.
$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$ est donc une équation du cercle de centre A(1 ; −4) et de rayon 3.

2. En procédant comme dans la question précédente, l'équation $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 19 = 0$ peut s'écrire $(x-1)^2 - 1 + (y+4)^2 - 16 + 19 = 0$, soit $(x-1)^2 + (y+4)^2 = -2$.
Le premier membre de l'équation est la somme de deux carrés, donc il est positif.
Puisque le second membre est strictement négatif, aucun couple $(x\,;y)$ ne vérifie $(x-1)^2 + (y+4)^2 = -2$.
Ainsi, l'ensemble des points $M(x\,;y)$ tels que $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 19 = 0$ est l'ensemble vide.

Méthode : Utiliser un repère pour étudier une configuration (Indice 1re – Ed. 2019 – Bordas, p. 253)

CAPACITÉ 6

Utiliser un repère pour étudier une configuration

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A(–1 ; 2), B(6 ; 1) et D(8 ; 5).

1 **a.** Calculer les coordonnées du milieu I du segment [AB].

b. Déterminer une équation de la médiatrice d_1 du segment [AB].

2 Déterminer une équation de la médiatrice d_2 du segment [BD].

3 Calculer les coordonnées du point d'intersection K de d_1 et d_2.

4 Justifier que le point K appartient à la médiatrice du segment [AD].

5 Déterminer une équation du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle ABD, c'est-à-dire du cercle de centre K passant par les points A, B et D.

6 On considère la droite d perpendiculaire à (DK) passant par D.
Montrer de deux façons différentes que la droite d et le cercle $\mathscr{C}$ n'ont qu'un point commun.
d est appelée tangente au cercle $\mathscr{C}$ en D.

Conseil

Pour montrer l'unicité d'un point d'intersection, on peut mener un raisonnement par l'absurde, ou chercher les coordonnées de ce point de manière analytique.

Solution commentée

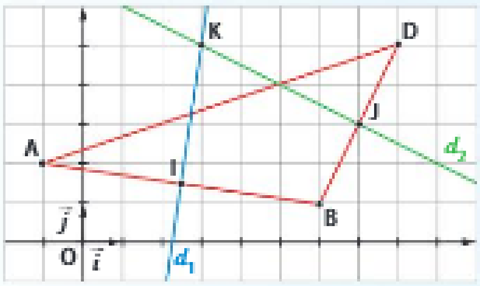
1 **a.** $I\left(\frac{-1+6}{2} ; \frac{2+1}{2}\right)$ donc $I\left(\frac{5}{2} ; \frac{3}{2}\right)$.

b. La médiatrice de [AB] est perpendiculaire à (AB).
Elle a donc pour vecteur normal $\overrightarrow{AB}(7 ; -1)$ et une équation de d_1 est de la forme $7x - y + c = 0$.
Or, I est un point de d_1 donc $7 \times \frac{5}{2} - \frac{3}{2} + c = 0$, soit $16 + c = 0$, donc $c = -16$.
d_1 a pour équation $7x - y - 16 = 0$.

2 d_2 a pour vecteur normal $\overrightarrow{BD}(2 ; 4)$. Le vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}(1 ; 2)$ est un autre vecteur normal à d_2.
Une équation de d_2 est donc de la forme $x + 2y + c = 0$.
Or, le milieu J(7 ; 3) de [BD] est un point de d_2, donc $7 + 2 \times 3 + c = 0$, soit $13 + c = 0$, donc $c = -13$.
d_2 a pour équation $x + 2y - 13 = 0$.

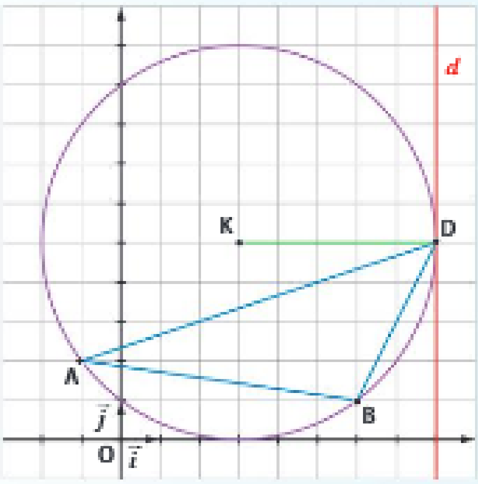
3 Les coordonnées $(x ; y)$ de K vérifient le système $\begin{cases} 7x - y - 16 = 0 \\ x + 2y - 13 = 0 \end{cases}$

Ce système est équivalent à $\begin{cases} y = 7x - 16 \\ x + 2(7x - 16) - 13 = 0 \end{cases}$, soit à $\begin{cases} y = 7x - 16 \\ 15x - 45 = 0 \end{cases}$.
Par conséquent, $x = 3$ et $y = 7 \times 3 - 16 = 5$.
Les coordonnées de K sont (3 ; 5).



4 K appartient à la médiatrice de [AB] donc KA = KB.
K appartient à la médiatrice de [BD] donc KB = KD.
Par conséquent, KA = KD et K appartient à la médiatrice de [AD].

5 Le cercle circonscrit au triangle ABD a pour rayon KA.
$KA = \sqrt{(-1-3)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5$.
Une équation du cercle circonscrit au triangle ABC est
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.
Cette équation peut s'écrire $x^2 + y^2 - 6x - 10y + 9 = 0$.



6 **Première méthode :** Soit E un point de d distinct de D.
Le triangle KED est rectangle en D donc son hypoténuse [KE] vérifie KE > KD, ce qui prouve que E n'appartient pas à $\mathscr{C}$.
D est donc l'unique point d'intersection de d et $\mathscr{C}$.

Deuxième méthode : On détermine une équation de la droite d.
Un vecteur normal à d est $\overrightarrow{KD}(5 ; 0)$.
Une équation de d est donc de la forme $5x + c = 0$.
Le point D appartient à d donc $8 \times 5 + c = 0$, soit $c = -40$.
Une équation de d est $5x - 40 = 0$, soit $x - 8 = 0$.
On cherche les points communs à d et à $\mathscr{C}$, donc les points dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient
$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-5)^2 = 25 \\ x - 8 = 0 \end{cases}$

Ce système est équivalent à $\begin{cases} (8-3)^2 + (y-5)^2 = 25 \\ x = 8 \end{cases}$ et donc à $\begin{cases} (y-5)^2 = 0 \\ x = 8 \end{cases}$, soit $x = 8$ et $y = 5$.

Ce sont les coordonnées du point D. Il n'y a donc qu'un point d'intersection qui est D.

Voir exercices 86 87

3.2 Cercle défini par un diamètre

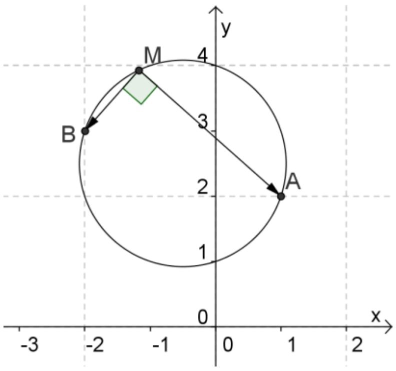
Propriété :

Un point $M(x\,;y)$ appartient au cercle (C) de diamètre $[AB]$ et seulement si :

$$\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$$

Exemple :

Soit les points $A(1\,;2)$ et $B(-2\,;\,3)$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath}\,,\vec{\jmath})$.
Déterminer une équation du cercle C de diamètre $[AB]$.



Réponse :

* $M(x\,;y)\ \in C$

équivaut successivement à :

* $\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MB} = 0$

$\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}1-x\\2-y\end{pmatrix}$ *et* $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}-2-x\\3-y\end{pmatrix}$

* $(1-x)(-2-x)+(2-y)(3-y)=0$
* $-2-x+2x+x^2+6-2y-3y+y^2=0$
* $x^2+y^2+x-5y+4=0$

Conclusion :

Le cercle C de diamètre $[AB]$ a comme équation $\boxed{x^2+y^2+x-5y+4=0}$

4. Equation d'une parabole

Définition et propriété :

Soient a, b et c trois réels donnés tels que : $a \neq 0$.

Soit f une fonction polynôme du second degré définie, pour tout réel x, par : $f(x) = ax^2+bx+c$.

La courbe représentative de la fonction f, qui a pour équation : $y = ax^2+bx+c$, est une **parabole**.

Cette courbe admet :

- pour axe de symétrie la droite d'équation :

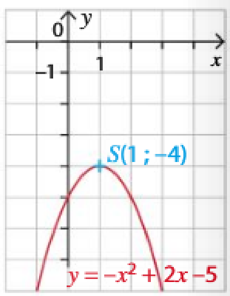
$$x = -\frac{b}{2a}\ ;$$

- pour sommet le point S :

$$S\left(-\frac{b}{2a}\,;f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right).$$

Exemple

On considère l'équation $y=-x^2+2x-5$.
Cette équation est celle d'une parabole.
Par identification des coefficients, on obtient $a=-1$, $b=2$ et $c=-5$.
D'après la propriété, cette parabole admet un axe de symétrie dont une équation est $x=-\frac{b}{2a}$, soit $x=-\frac{2}{2\times(-1)}$, soit $x=1$.



Son sommet S a :

- pour abscisse $x_S=-\frac{b}{2a}=1$;
- pour ordonnée $y_S=-1^2+2\times1-5=-1+2-5=-4$.

Donc S a pour coordonnées $(1\,;-4)$.

Méthode : Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$

(Transmath 1re – Ed. 2019 – Nathan, p. 221).

CAPACITÉS

5 Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère la parabole $\mathscr{C}$ représentant la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 4x - 3$.

a. Construire cette parabole.

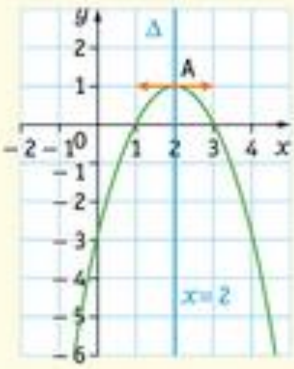
b. Déterminer son sommet et son axe de symétrie.

Solution

a. La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$. Étudions ses variations :
$f'(x) = -2x + 4$. Or $-2x + 4 > 0$ équivaut à $2x < 4$, c'est-à-dire $x < 2$.
D'où le tableau de variations :

x		2	
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	1	↘

$f(2) = -2^2 + 4 \times 2 - 3 = 1$.
Les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses sont obtenus pour $f(x) = 0$,
c'est-à-dire $-x^2 + 4x - 3 = 0$.
$\Delta = 16 - 12 = 4$.
D'où les deux racines : $\dfrac{-4 - \sqrt{4}}{-2}$ et $\dfrac{-4 + \sqrt{4}}{-2}$,
c'est-à-dire 3 et 1.
Le point d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe des ordonnées est obtenu pour $x = 0$ et $y = f(0) = -3$.
D'où la courbe représentative de f.



b. Le sommet est le point **A(2 ; 1)**. L'axe de symétrie est la parallèle à l'axe des ordonnées passant par A, c'est-à-dire la droite Δ d'équation $x = 2$.

Méthode

→ **Un théorème du cours permet d'affirmer, sans tracer la courbe que :**
le sommet de la parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ est le point d'abscisse $-\dfrac{b}{2a}$ et que son axe de symétrie est la droite d'équation $x = -\dfrac{b}{2a}$.
On peut vérifier qu'il en est ainsi en construisant la courbe.

→ **On peut voir que 1 est racine évidente car $a + b + c = 0$ dans l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.**
La seconde racine est alors $\dfrac{c}{a}$.

→ **L'abscisse du sommet A est la solution de l'équation $f'(x) = 0$.**