Chapitre 13 : Fonctions sinus et cosinus

1 Table des matières

Chapitre 13 : Fonctions sinus et cosinus

1 Parité d'une fonction

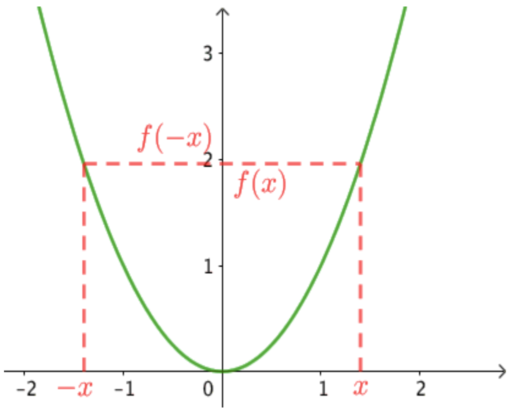
1.1 Fonction paire

Définition : Une fonction f est **paire** lorsque, pour tout réel x de son ensemble de définition D,

$-x$ appartient à D et $f(-x) = f(x)$.

Traduction géométrique

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une **fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.



Exemple

La fonction carré (représentée ci-contre) est une fonction paire.

En effet :

Si : $f(x) = x^2$, on a : $f(-x) = (-x)^2 = x^2$

Donc : $f(-x) = f(x)$.

Lorsqu'on trace la fonction carré, on constate que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

1.2 Fonction impaire

Définition : Une fonction f est **impaire** lorsque, pour tout réel x de son ensemble de définition D,

$-x$ appartient à D et $f(-x) = -f(x)$.

Traduction géométrique

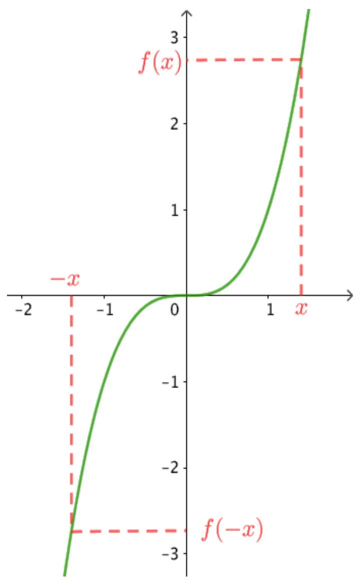
Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une **fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine**.

Exemple

La fonction cube (représentée ci-contre) est une fonction impaire.

En effet :

Si : $f(x) = x^3$, on a : $f(-x) = (-x)^3 = -x^3$



2 Fonctions cosinus et sinus

2.1 Rappel : dérivée des fonctions cosinus et sinus

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur $\mathbb{R}$

On admet que :

$$(cos)'(x) = -\sin(x) \qquad \text{et} \qquad (sin)'(x) = \cos(x)$$

2.2 Propriétés des fonctions sinus et cosinus

2.2.1 Parité

La fonction cosinus est une **fonction paire**, en effet :

- elle est définie sur $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0 ;
- $cos\,(-x) = cos\,(x)$ pour tout réel x.

La courbe représentative de la fonction cosinus est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

La fonction sinus est une **fonction impaire**, en effet :

- elle est définie sur $\mathbb{R}$ qui est symétrique par rapport à 0 ;
- $sin\,(-x) = -sin\,(x)$ pour tout réel x.

La courbe représentative de la fonction sinus est donc symétrique par rapport à l'origine du repère O.

2.2.2 Périodicité

La fonction cosinus est **périodique** de période $T = 2\pi$, en effet :

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad cos\,(x + 2\pi) = cos\,(x).$$

La fonction sinus est **périodique** de période $T = 2\pi$, en effet :

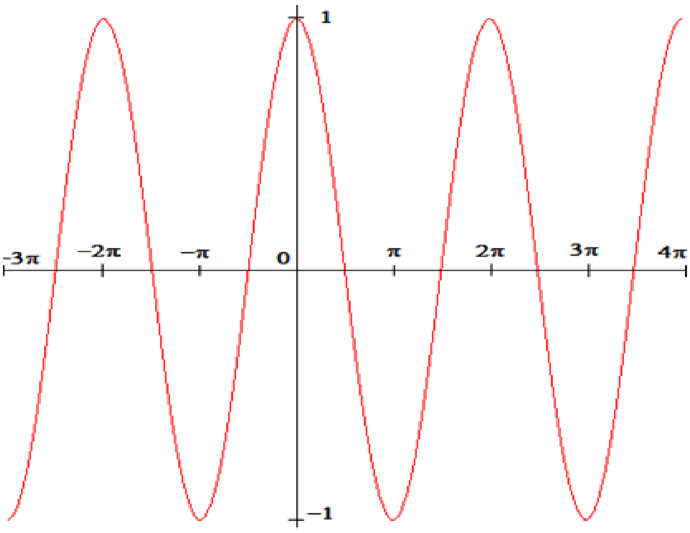
$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad sin\,(x + 2\pi) = sin\,(x).$$

Définition

Une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ est périodique de période T si et seulement si, **pour tout réel x,**

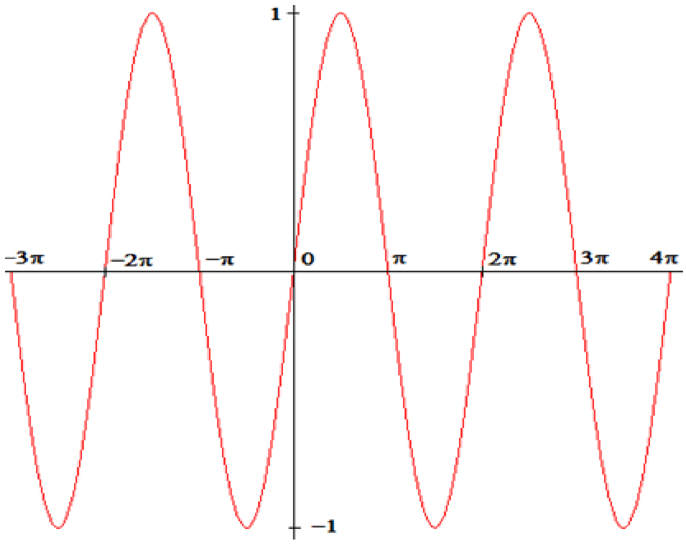
$\boldsymbol{f(x+T) = f(x)}$.

2.2.3 Représentation graphique des fonctions cosinus et sinus



*Courbe représentative de la fonction **cosinus***

Pour tout réel x, $-1 \leq \cos(x) \leq 1$



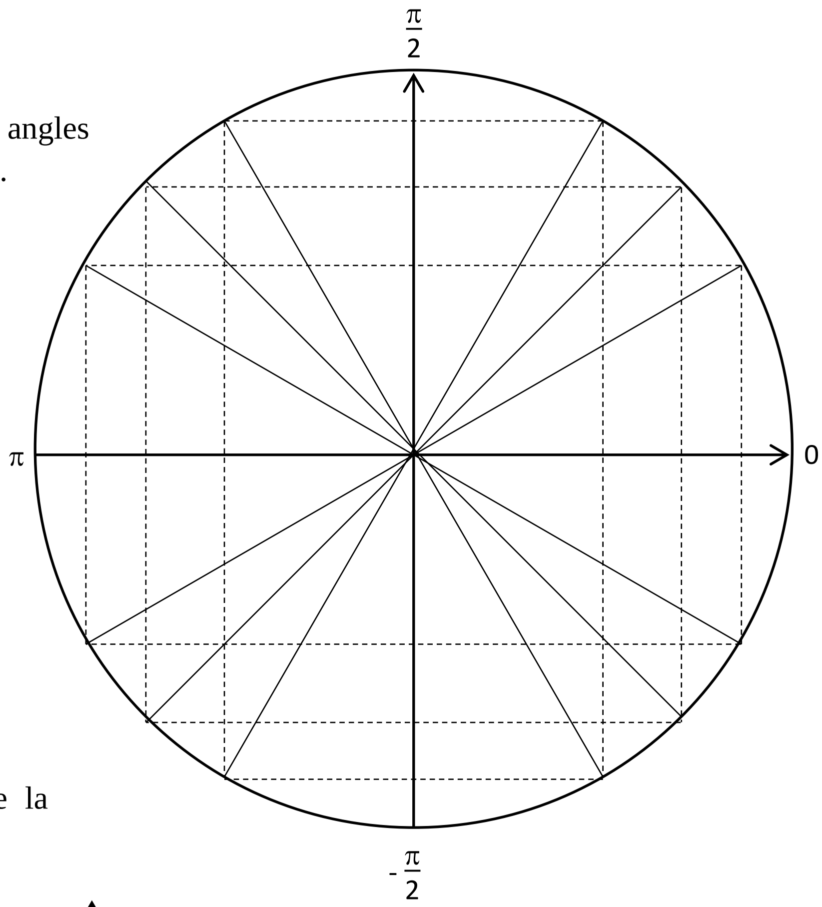
*Courbe représentative de la fonction **sinus***

Pour tout réel x, $-1 \leq \sin(x) \leq 1$

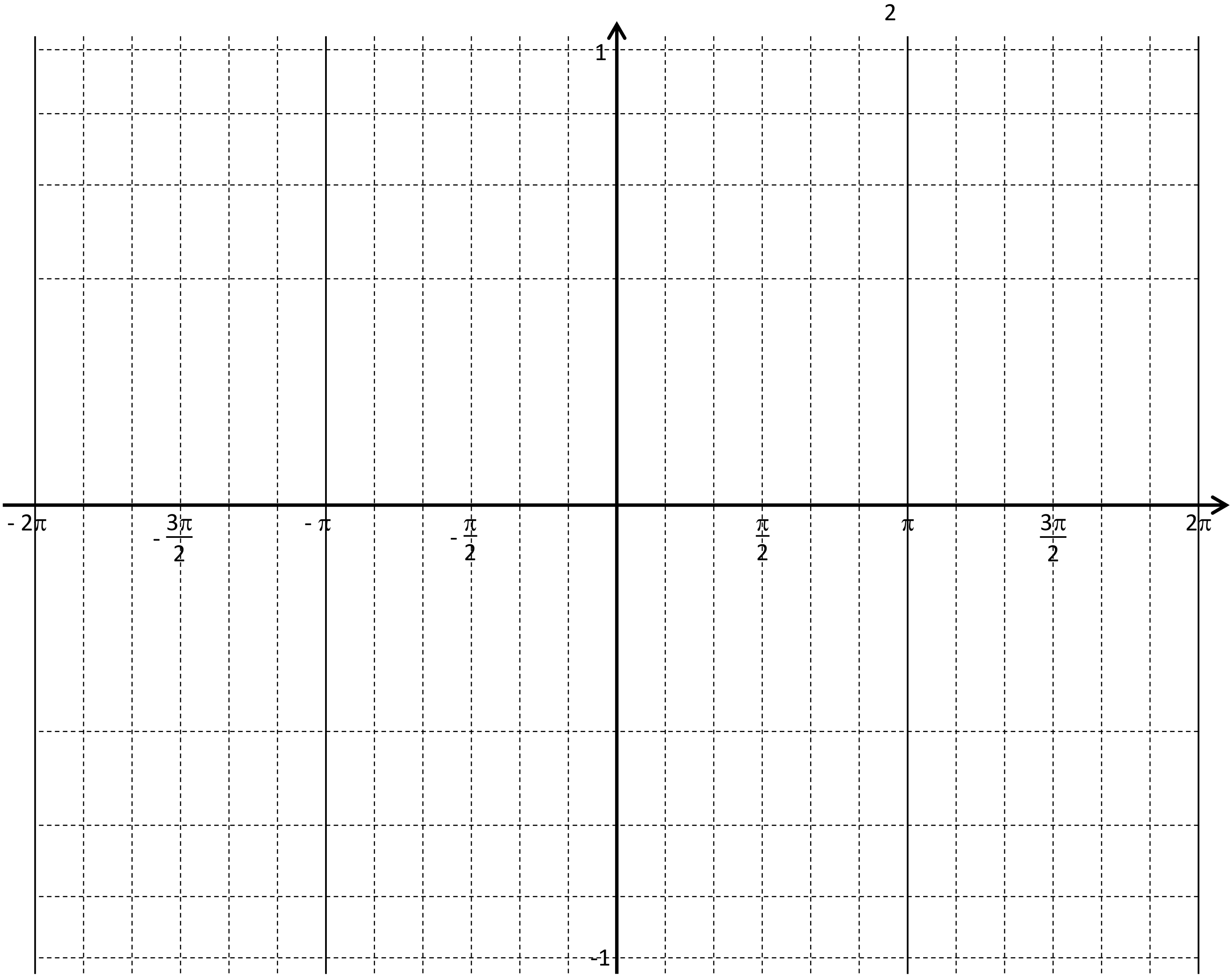
Les courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus sont des **sinusoïdes**.

2.3 Courbe de la fonction cosinus

- Indiquer sur cette figure toutes les mesures des angles sur l'intervalle]-π ; π], ainsi que leurs cosinus.

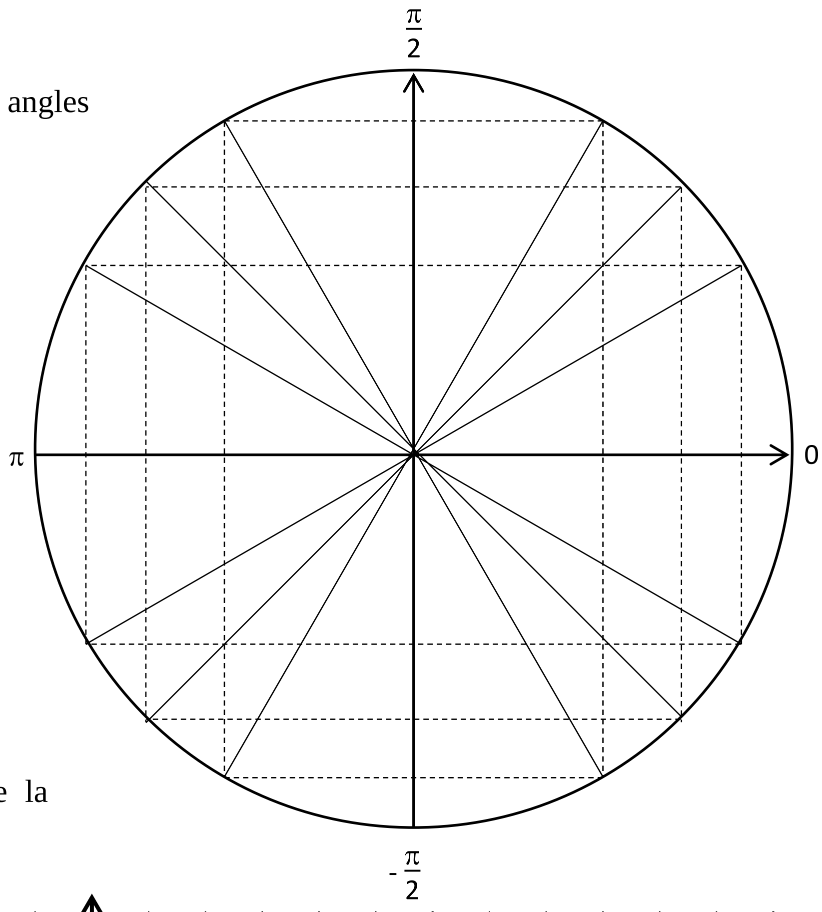


- En utilisant ces valeurs, tracer la courbe de la fonction $x \mapsto \cos(x)$ sur $[-2\pi ;\ 2\pi]$.



2.4 Courbe de la fonction sinus

- Indiquer sur cette figure toutes les mesures des angles sur l'intervalle]-π ; π], ainsi que leurs sinus.



- En utilisant ces valeurs, tracer la courbe de la fonction $x \mapsto \sin(x)$ sur $[-2\pi\,;\,2\pi]$.