19PMATHDS1

Exercice 1

1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$ $x_s = \dfrac{-(-3)}{2(2)} = \dfrac{3}{4}$

$a > 0$ donc le tableau de variation de f est:

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
f		$\searrow$	$-\frac{1}{8}$	$\nearrow$	

Réponse B

2) $\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-3)^2 - 4(2)(1)$
$\Delta = 9 - 8$
$\Delta = 1$

Réponse A

3) $\Delta > 0$ donc $f(x) = 0$ a deux solutions :
$x_1 = 1$ est une racine évidente.
$x_1 x_2 = \dfrac{c}{a}$ $x_2 = \dfrac{c}{a}$ $x_2 = \dfrac{1}{2}$ Réponse D

4) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ $f(x) = 2(x-1)(x-\frac{1}{2})$
Réponse C

5) Forme canonique : $f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$
$f(x) = 2(x - \frac{3}{4})^2 - \frac{1}{8}$ Réponse B

Exercice 2

1) $f(x)$ a deux racines : $x_1 = 3$ et $x_2 = 4$

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2) $g(x)$ a deux racines $x_3 = 1$ et $x_4 = \frac{5}{3}$

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
signe de $g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3) Pour avoir $f(x) \times g(x) < 0$, il faut que $f(x)$ et $g(x)$ aient des signes opposés.
D'après les tableaux de signes des questions 1) et 2) cela arrive lorsque :

- $x \in]-\infty ; 1[$
- $x \in]\frac{5}{3} ; 3[$
- $x \in]4 ; +\infty[$

Exercice 3

1) $h(x) = -0,0125x^2 + 0,975x + 2$ $\quad \begin{cases} a = -0,0125 \\ b = 0,975 \\ c = 2 \end{cases}$

$$x_s = \frac{-b}{2a} \qquad x_s = \frac{-0,975}{2(-0,0125)}$$

$$x_s = 39$$

La hauteur maximale est $y_s = h(39)$
$y_s = 21,0125$

La hauteur maximale atteinte par le javelot est $\underline{21,0125\,m}$

2) La parabole coupe l'axe des abscisses (c'est à dire que le javelot retombe sur le sol) pour les valeurs de x telles que $h(x) = 0$

$\Delta = (0,975)^2 - 4(-0,0125)(2)$

$\Delta = 1,050625$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines : $x_1 = -2$
et $x_2 = 80$

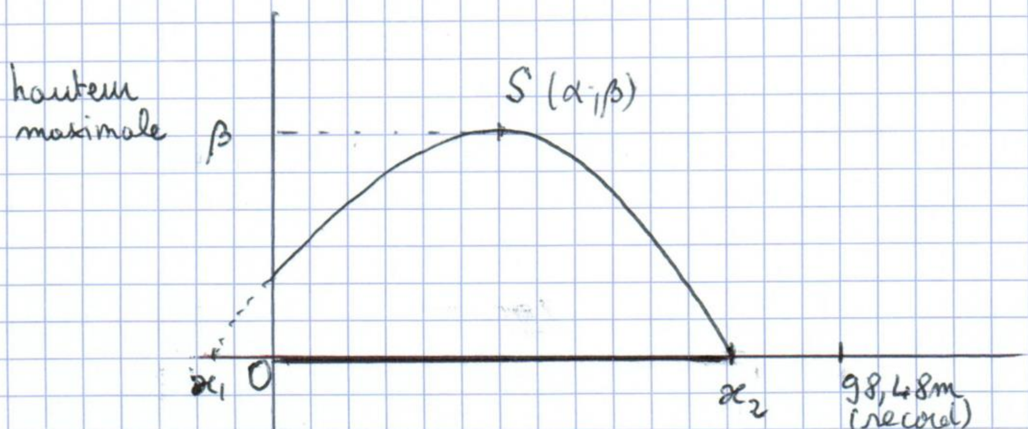
Comme on a la condition $x \in [0 ; +\infty[$, on obtient une distance de 80m. Le record n'est pas battu.

3) On résout $-0,0125x^2 + 0,975x + 2 > 18,2$
$-0,0125x^2 + 0,975x - 16,2 > 0$

On trouve deux racines à $-0,0125x^2 + 0,975x - 16,2$ (avec la calculatrice).

$\Delta = 0,140625 \quad \Delta > 0 \quad \begin{cases} x_1 = 24 \\ x_2 = 54 \end{cases}$

Donc le javelot dépasse la hauteur de 18,2m sur l'intervalle $[24 ; 54]$ soit sur $\underline{30m}$.



Exercice 4

1) def delta(a, b, c):
    delta = b**2 - 4*a*c

2) $\Delta = 49$

3) $a = 2$ $b = 5$ $c = -3$

4) Si les trois coefficients a, b, c sont égaux, on a $f(x) = ax^2 + ax + a$

$f(x) = a(x^2 + x + 1)$

$f(x) = 0$ équivaut successivement à

$a(x^2 + x + 1) = 0$

$x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = -3$

$\Delta < 0$ Pas de solution.

Donc il n'existe pas de polynôme $ax^2 + bx + c$ avec les trois coefficient égaux et qui ont au moins une racine.