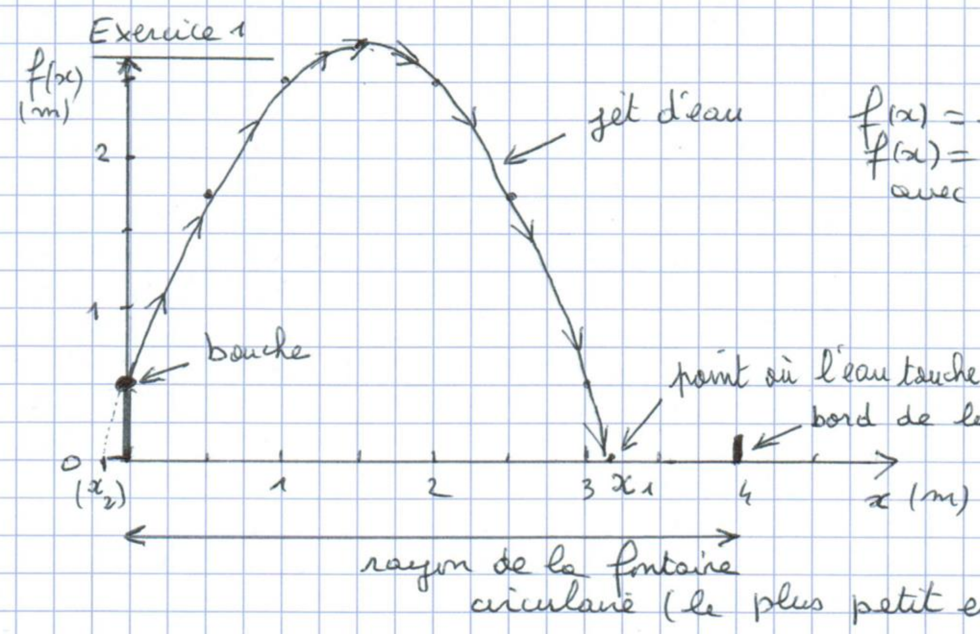
19 PMATH DS2

Exercice 1




$f(x) = -x^2 + 3x + 0,5$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

avec $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0,5 \end{cases}$

1) la bouche est placée à $x = 0$ donc sa hauteur est $f(0) = -0^2 + 3(0) + 0,5$ c'est à dire 50 cm

2) la hauteur maximale du jet d'eau est l'ordonnée $y_S$ du sommet S de la parabole.

$S(x_S ; y_S)$ avec $x_S = \frac{-b}{2a}$ $\quad x_S = \frac{-3}{2(-1)} = \frac{3}{2}$

$y_S = f\left(\frac{3}{2}\right)$ $\quad y_S = 2,75$. le jet d'eau atteint la hauteur maximale de 2,75 m

3) la fontaine circulaire doit avoir un rayon entier plus grand que $x_1$ pour que l'eau retombe à l'intérieur

On calcule les racines $x_1$ et $x_2$ :

$\Delta = 3^2 - 4(-1)(0,5)$

$\Delta = 11$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines réelles distinctes.

$x_1 = \frac{3 + \sqrt{11}}{2}$ et $x_2 = \frac{3 - \sqrt{11}}{2}$

$x_1 \simeq 3,158$ $\qquad x_2 \simeq -0,158$ (négative donc ne convient pas).

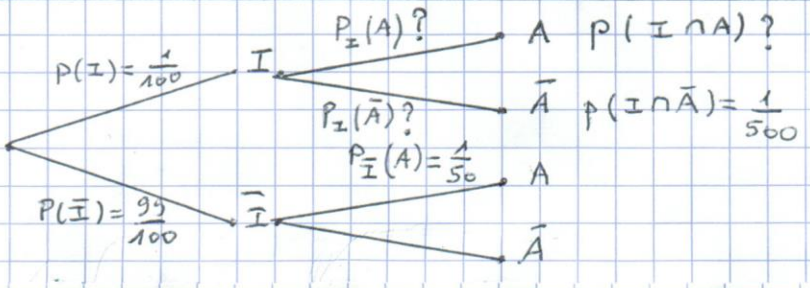
le jet d'eau touche le sol à 3,158 m du centre de la fontaine circulaire. Donc, il faut que celle-ci ait un rayon de 4 m.

Exercice 2

1)

| Donnée | Traduction |
|---|---|
| La probabilité qu'un incident se produise | $p(I) = \frac{1}{100}$ |
| La probabilité qu'un incident survienne <u>et</u> l'alarme ne se déclenche pas | $p(I \cap \bar{A}) = \frac{1}{500}$ |
| La probabilité que l'alarme se déclenche <u>sachant</u> qu'il n'y a pas d'incident | $p_{\bar{I}}(A) = \frac{1}{50}$ |

2)




3) On demande ici de calculer $p(I \cap A)$.
Sur l'arbre, il manque $P_I(A)$. Mais on peut la calculer par $P_I(A) + P_I(\bar{A}) = 1$ à condition de calculer avant $P_I(\bar{A})$.

On sait que $p(I) \times P_I(\bar{A}) = p(I \cap \bar{A})$ donc $P_I(\bar{A}) = \dfrac{p(I \cap \bar{A})}{p(I)} = \dfrac{\frac{1}{500}}{\frac{1}{100}} = \dfrac{1}{5}$

Donc $P_I(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ d'où $p(I \cap A) = p(I) \times P_I(A) = \frac{1}{100} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{500} = \frac{1}{125} = \underline{0{,}008}$

4) $I$ et $\bar{I}$ forment une partition de l'univers, donc selon la formule des probabilités totales :

$$p(A) = p(I \cap A) + p(\bar{I} \cap A)$$
$$p(A) = \frac{4}{500} + p(\bar{I}) \times P_{\bar{I}}(A) \qquad p(A) = \frac{4}{500} + \frac{99}{100} \times \frac{1}{50} = \frac{139}{5000} = \underline{0{,}0278}$$

5) L'alarme est en défaut, soit si un incident survient et qu'elle ne se déclenche pas
, soit s'il n'y a pas d'incident et qu'elle se déclenche.

La probabilité $p(D) = p(I \cap \bar{A}) + p(\bar{I} \cap A)$
$$p(D) = \frac{1}{500} + \frac{99}{100} \times \frac{1}{50} = \frac{109}{5000} = \underline{0{,}0218}$$

Exercice 3

Choisissons comme notations : $T$ l'évènement "le professeur se trompe de salle".
$O$ l'évènement "le professeur oublie les sujets".
$\bar{T}$ et $\bar{O}$ sont les évènements contraires respectifs.

On a : $p(T) = \frac{1}{5}$ $\quad p(\bar{T}) = \frac{4}{5}$ $\quad p(O) = \frac{1}{10}$ $\quad p(\bar{O}) = \frac{9}{10}$

On cherche la probabilité que le professeur ne se trompe pas de salle <u>et</u> qu'il n'oublie pas les sujets.
Comme les évènements $T$ et $O$ sont indépendants, on a :
$$p(\bar{T} \cap \bar{O}) = p(\bar{T}) \times p(\bar{O})$$
$$p(\bar{T} \cap \bar{O}) = \frac{1}{5} \times \frac{9}{10} = \frac{18}{25} = \underline{0{,}72}$$