19 P DS3

Exercice 1

1) $\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-3)$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines distinctes

$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{16}}{2(1)}$ et $x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{16}}{2(1)}$

$x_1 = \frac{2-4}{2} = -1$ et $x_2 = \frac{2+4}{2} = 3$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-1 ; 3\}$

2) $\Delta = (1)^2 - 4(3)(-1)$

$\Delta = 1 + 12$

$\Delta = 13$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines distinctes

$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2(3)}$ et $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2(3)}$

$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}$ et $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{6}$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{13}}{6}$		$\frac{-1+\sqrt{13}}{6}$		$+\infty$
signe de $3x^2+x-1$		+	0	−	0	+	

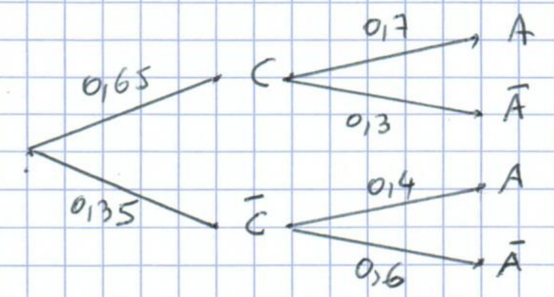
L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \left] \frac{-1-\sqrt{13}}{6} ; \frac{-1+\sqrt{13}}{6} \right[$

Exercice 2

1) $p(C) = 0,65$

$P_C(A) = 0,7$

2)



3)
$P(C \cap A) = P(C) \times P_C(A)$
$p(C \cap A) = 0,65 \times 0,7 = \frac{91}{200}$
$\underline{p(C \cap A) = 0,455}$

4)
$P(A) = p(A \cap C) + p(A \cap \bar{C})$
$P(A) = p(C) \times P_C(A) + p(\bar{C}) \times p_{\bar{C}}(A)$
$P(A) = 0,65 \times 0,7 + 0,35 \times 0,4 = \frac{119}{200}$
$\underline{p(A) = 0,595}$

Exercice 3

1) $f(x) = \frac{2}{5}x - \frac{3}{7} \times \frac{1}{x}$

$f'(x) = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} \times -\frac{1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7x^2}$

$f'(x) = \frac{14x^2}{5\times 7x^2} + \frac{15}{5\times 7x^2}$

$f'(x) = \frac{14x^2+15}{35x^2}$

2) $f(x) = (7x-1)^5$

$f'(x) = 7\times 5\,(7x-1)^4$

$f'(x) = 35(7x-1)^4$

3) $f(x) = \frac{8x-4}{3x+6}$

$f'(x) = \frac{8(3x+6) - (8x-4)(3)}{(3x+6)^2}$

$f'(x) = \frac{24x+48-24x+12}{(3x+6)^2}$

$f'(x) = \frac{60}{(3x+6)^2}$

Exercice 4

1) $f'(x) = 3x^2$

La tangente T a pour coefficient directeur $f'(-1) = 3(-1)^2 = 3$

Elle a pour équation $y = 3x + p$

$A(-1;-1) \in T$ donc $-1 = 3(-1) + p$
$2 = p$

Donc T a pour équation $\underline{y = 3x + 2}$

2) Soit $A = (x+1)(x^2 - x - 2)$
$A = x^3 - \cancel{x^2} - 2x + \cancel{x^2} - x - 2$
$A = x^3 - 3x - 2$ Donc $\underline{x^3 - 3x - 2 = (x+1)(x^2 - x - 2)}$

3) On étudie le signe de $x^2 - x - 2$:
$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-2)$
$\Delta = 1 + 8$
$\Delta = 9$
$\Delta > 0$ donc il y a deux racines distinctes:

$x_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2(1)}$ et $x_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2(1)}$

$x_1 = \frac{1-3}{2}$ et $x_2 = \frac{1+3}{2}$

$x_1 = \frac{-2}{2}$ et $x_2 = \frac{4}{2}$

$x_1 = -1$ et $x_2 = 2$

D'où le tableau de signes:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
signe de $x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
signe de $x^2 - x - 2$		$+$	0	$-$	0	$+$	
signe de $x^3 - 3x - 2$		$-$	0	$-$	0	$+$	

4) Etudions le signe de la différence
$f(x) - (3x+2)$

$f(x) - (3x+2) = x^3 - 3x - 2$

- Si $x \in]-\infty; 2]$ alors $f(x) - (3x+2) \leq 0$
$f(x) \leq 3x+2$
donc la courbe $\mathcal{C}_f$ est en-dessous de la tangente T

- Si $x \in [2; +\infty[$ alors $f(x) - (3x+2) \geqslant 0$
$f(x) \geqslant 3x+2$
donc la courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de la tangente T