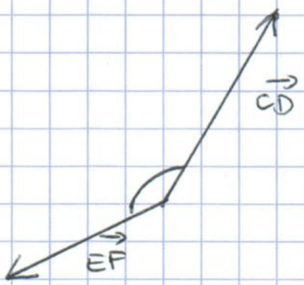
19P Math E3C blanche

## Exercice 1

### Question 1

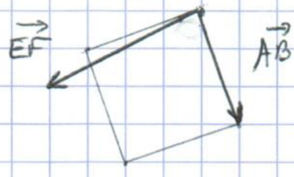
a) Les vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{CD}$ forment un angle obtus donc $\vec{EF} \cdot \vec{CD} < 0$

a) est FAUX




b) Les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{EF}$ ne sont pas orthogonaux donc $\vec{AB} \cdot \vec{EF} \neq 0$

b) est FAUX




c) D'après le graphique, on lit les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{EF}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{EF}\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $\vec{AB} \cdot \vec{EF} = (1)(-4) + (-3)(-2)$

$\vec{AB} \cdot \vec{EF} = -4 + 6 = 2$ $\boxed{\text{c) est VRAI}}$

d) $\vec{EF}\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{CD}\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ donc $\vec{EF} \cdot \vec{CD} = (-4)(3) + (-2)(5)$

$\vec{EF} \cdot \vec{CD} = -12 - 10 = -22$ d) est FAUX

### Question 2

Par projection orthogonale de $\vec{AD}$ sur la direction de $\vec{AC}$, on a :

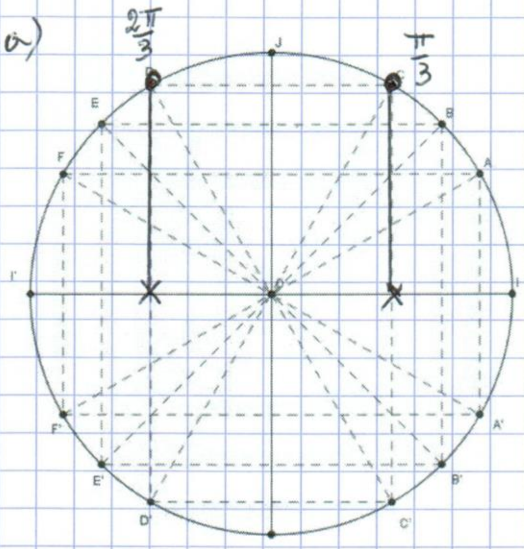
$\vec{AC} \cdot \vec{AD} = \vec{AC} \cdot \vec{AI}$ $\vec{AC}$ et $\vec{AI}$ sont colinéaires, de même sens donc :

$\vec{AC} \cdot \vec{AD} = AC \times AI$

$\vec{AC} \cdot \vec{AD} = 8 \times (\frac{1}{2} \times 8) = 32$ $\boxed{\text{a) est VRA}}$

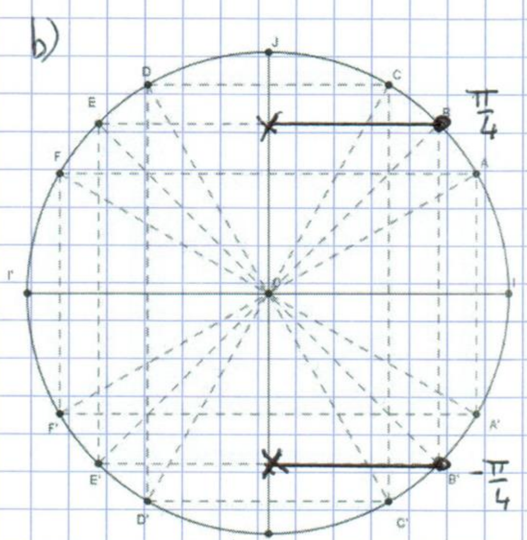
## Question 3

a)



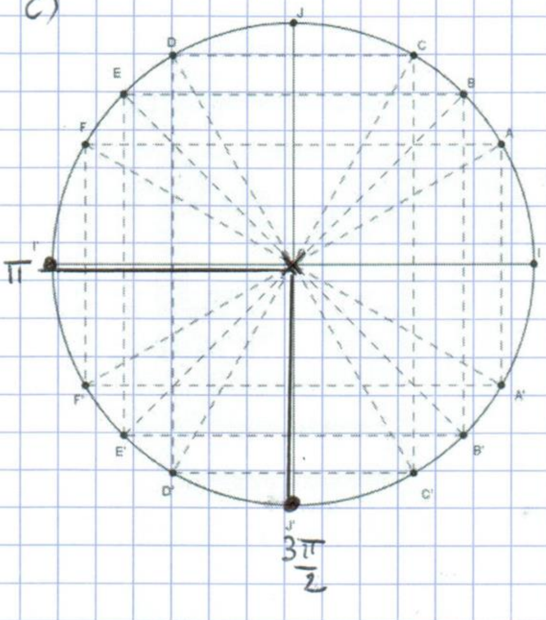

$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \neq \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ a) est FAUX

b)



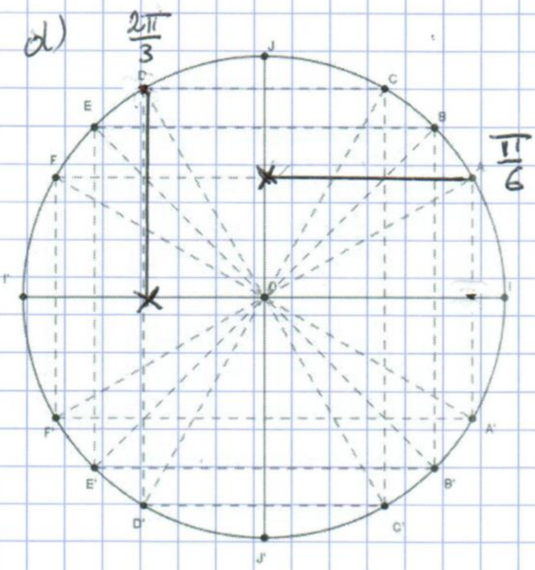

$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \neq \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ b) est FAUX

c)




$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin(\pi) = 0$ $\boxed{\text{c) est VRAI}}$

d)




$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \neq \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ d) est FAUX

**Question 4 :** $f'(x) = 6x^2 - 6x + 7$. Donc $f'(-1) = 6(-1)^2 - 6(-1) + 7 = 6 + 6 + 7 = 19$

a) $f'(x) = 6x^2 - 3x + 8$ est FAUX

$\boxed{\text{b) est VRAI}}$ c) et d) sont FAUX

**Question 5 :** Le coefficient directeur de T' est $\frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{0 - (-1)}{(-5{,}5) - (-4)} = -\frac{2}{3}$

On a donc $f'(x_B) = f'(-4) = -\frac{2}{3}$ donc a) et b) sont FAUX

Le coefficient directeur de T est $\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - (-1)}{0 - (-4)} = \frac{4}{4} = 1$

On a donc $f'(x_A) = f'(0) = 1$ donc $\boxed{\text{c) est VRAI}}$ d) est FAUX

19PMATH DS 5

Exercice 2

1) La recette est égale au nombre de balançoire multiplié par le prix d'une balançoire. $R(x) = 300x$ avec $x \in [0;50]$

Le bénéfice $B(x) = 300x - (x^2 + 230x + 325)$

$\underline{B(x) = -x^2 + 70x - 325}$

2) Le polynome du second degré a un extremum pour

$x = -\frac{b}{2a}$ $\quad x = \frac{-70}{2(-1)}$ $\quad x = 35$

$a = -1$ a est négatif donc l'extremum est un maximum.

Donc les variations de B sont :

| $x$ | 0 | | 35 | | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| sens de variations de $B(x)$ | $-325$ | ↗ | 900 | ↘ | 675 |

3) Le bénéfice est maximal pour $\underline{x_0 = 35}$ balançoires produites et vendues.

Le bénéfice maximal est $\underline{B(35) = 900\ €}$.

4) a) $B(x) = 500$

$-x^2 + 70x - 325 = 500$

$-x^2 + 70x - 825 = 0$

$\Delta = (70)^2 - 4(-1)(-825)$

$\Delta = 1600$ $\quad x_1 = \frac{-70 - \sqrt{1600}}{2(-1)}$ et $x_2 = \frac{-70 + \sqrt{1600}}{2(-1)}$

$x_1 = \frac{70+40}{2} = 55$ et $x_2 = \frac{30}{2} = 15$

b) Il faut produire et vendre soit 55 soit 15 balançoires.

Mais 55 est en dehors du domaine $[0;50]$.

Donc la réponse est $\underline{15 \text{ balançoires}}$.

5) On résout $-x^2 + 70x - 325 \geq 0$

$\Delta = (70)^2 - 4(-1)(-325)$

$\Delta = 3600$ $\quad x_1 = \frac{-70 - \sqrt{3600}}{2(-1)}$ et $x_2 = \frac{-70 + \sqrt{3600}}{2(-1)}$

$x_1 = 65$ et $x_2 = 5$

Le tableau de signes de B est donc

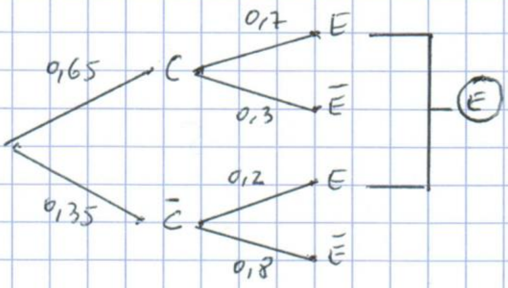
| $x$ | 0 | | 5 | | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| signe de $B(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

Donc l'entreprise doit vendre entre $\underline{6 \text{ et } 50 \text{ balançoires}}$ pour que $B > 0$

19 PMATH DS 5

Exercice 3

1) Voici l'arbre pondéré traduisant les données :




2) $P(C \cap E) = p(C) \times p_C(E)$

$\underline{p(C \cap E) = 0,65 \times 0,7 = 0,455}$

3) $P(E) = P(C \cap E) + p(\bar{C} \cap E)$ selon la formule des probabilités totales

$\underline{P(E) = 0,455 + 0,35 \times 0,2 = 0,525}$

4) On sait que $P_E(C) = \dfrac{P(C \cap E)}{P(E)}$

donc $\underline{P_E(C) = \dfrac{0,455}{0,525} = \dfrac{13}{15} \approx 0,8667}$

19PMATH DS5

Exercice 4

1) Contrat n°1

a) Augmenter de 5%, c'est multiplier par 1,05
Donc $u_{n+1} = 1,05\, u_n$

Il s'agit d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 7000$ et de raison $q = 1,05$

Donc $\underline{u_n = 7000 \times 1,05^{n-1}}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

b) $u_7 = 7000 \times 1,05^6$ $\quad \underline{u_7 = 9380,67 \text{ €}}$ la 7e année

c) La somme totale est $\sum_{i=1}^{7} u_i = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

Il s'agit de la somme de 7 termes consécutifs d'une suite géométrique. Le premier terme de la somme est $u_1 = 7000$
La raison est 1,05

Donc la somme $\sum_{i=1}^{7} u_i = 7000 \times \frac{1-1,05^7}{1-1,05}$

$\underline{\sum_{i=1}^{7} u_i = 56994,06 \text{ €}}$

2) Contrat n°2

a) Ajouter 400 chaque année correspond à $V_{n+1} = V_n + 400$

Il s'agit d'une suite arithmétique de premier terme $V_1 = 7000$ et de raison $r = 400$

Donc $V_n = 7000 + (n-1)400$ $\quad \underline{V_n = 400n + 6600}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$

b) $V_7 = 400(7) + 6600$ $\quad \underline{V_7 = 9400 \text{ €}}$ la 7e année

c) La somme totale est $\sum_{i=1}^{7} V_i = V_1 + V_2 + \dots + V_7$

Il s'agit de la somme de 7 termes consécutifs d'une suite arithmétique. Le premier terme de la somme est $V_1 = 7000$
le dernier terme de la somme est $V_7 = 9400$

Donc la somme $\sum_{i=1}^{7} V_i = \frac{(7000 + 9400) \times 7}{2}$

$\underline{\sum_{i=1}^{7} V_i = 57400 \text{ €}}$

3) Avec le contrat n°1, le locataire paye 56 994,06 €
et avec le contrat n°2, il paye 57 400 €
56994,06 < 57400 donc le <u>contrat n°1</u> est plus avantageux