

- 21 Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-2; 2)$, $B(1; 3)$ et les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ et $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{j}$.

Calculer les produits scalaires suivants.

- a. $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ b. $\vec{u} \cdot \vec{v}$ c. $\vec{AB} \cdot \vec{u}$

a) $\vec{OA} \begin{pmatrix} -2 & -0 \\ 2 & -0 \end{pmatrix}$ $\vec{OB} \begin{pmatrix} 1 & -0 \\ 3 & -0 \end{pmatrix}$ $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = (-2)(1) + (2)(3) = \underline{4}$

b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2)(-1) + (5)(3) = \underline{13}$

c) $\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 3 - 2 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{AB} \cdot \vec{u} = (3)(2) + (1)(5) = 6 + 5 = \underline{11}$

- 22 Dans une base orthonormée, on considère deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$.

• Montrer que \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (1)(6) + (-3)(2)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 - 6 = 0 \quad \text{donc } \vec{u} \text{ et } \vec{v} \text{ sont orthogonaux.}$$

23

QCM

On se place dans une base orthonormée. Dans chacun des cas ci-dessous, déterminer laquelle des trois propositions **a**, **b** ou **c** est correcte.

a \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

b \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

c \vec{u} et \vec{v} ne sont ni colinéaires ni orthogonaux.

1. $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}$.

2. $\vec{u} \begin{pmatrix} -0,5 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

3. $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} -25 \\ 15 \end{pmatrix}$.

1) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2)(-6) + (3)(4) = 0$ donc \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux

2) $\vec{u} \begin{pmatrix} -0,5 \\ -1 \end{pmatrix}$ donc $-4\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc $-4\vec{u} = \vec{v}$ donc \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

3) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (5)(-25) + (3)(15) = -80$ donc $\vec{u} \cdot \vec{v} \neq 0$ \vec{u} et \vec{v} ne sont pas orthogonaux

• Existe-t-il un réel k tel que $k\vec{u} = \vec{v}$? pas orthogonaux

$\begin{cases} 5k = -25 \\ 3k = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -5 \\ k = 5 \end{cases}$ incompatibles. k n'existe pas. \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires ^{5/8}