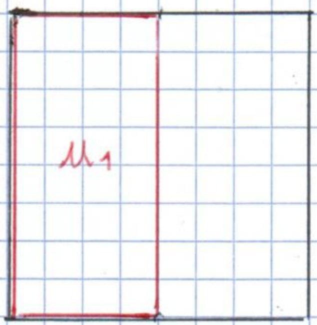
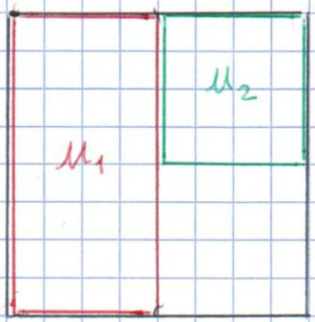
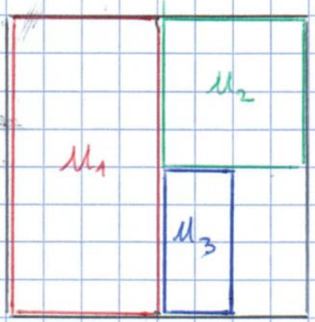
n°62 p36

Résumons la situation dans un tableau :

Etape	Aire ajoutée	Aire cumulée
$n=1$ 	L'aire ajoutée est $u_1 = \frac{1}{2}$	$S_1 = u_1$
$n=2$ 	L'aire ajoutée est $u_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$S_2 = u_1 + u_2$
$n=3$ 	L'aire ajoutée est $u_3 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$S_3 = u_1 + u_2 + u_3$

- La suite des aires ajoutées est géométrique | de 1er terme $u_1 = \frac{1}{2}$
 de raison $q = \frac{1}{2}$
- A l'étape n, la somme des aires cumulées est

$$S_n = u_1 + \dots + u_n \qquad S_n = u_1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S_n = \cancel{\frac{1}{2}} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{\cancel{\frac{1}{2}}}}$$

$S_n \geqslant 0,99$ équivaut successivement à $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n \geqslant 0,99$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)^n \geqslant -0,01$$

$$(-1) \times \left(-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) \leq (-1) \times -0,01$$

$\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0{,}01$

$\frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{100}$

$2^n \geqslant 100$ car la fonction inverse est décroissante sur $]0 ; +\infty[$

On cherche à la calculatrice la première valeur de l'entier n qui satisfait cette inégalité.

On trouve $n = 7$

Conclusion : A partir de l'étape $n = 7$, l'aire coloriée dépasse 99% de l'aire du carré.

2) $S_n = 1$ équivaut successivement à

$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$

$-\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

Il est impossible que $\frac{1}{2}$ soit égal à 0 donc il est impossible que S_n soit égal à 1.