

Exercice 1

- 1) $-\frac{2}{3} = -0,666666\dots$ Il y a une infinité de décimales. Donc ce n'est pas une fraction décimale. $-\frac{2}{3} \notin \mathbb{D}$
 Ce n'est pas un entier. Donc $-\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$ $-\frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$. Il reste $-\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$
- 2) $-\frac{3}{2} = -1,5$ le nombre de décimales est fini. Donc c'est une fraction décimale. Donc $-\frac{3}{2} \in \mathbb{D}$ et $-\frac{3}{2} \in \mathbb{Q}$.
 Ce n'est pas un entier. Donc $-\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}$ et $-\frac{3}{2} \notin \mathbb{Z}$
- 3) π est un irrationnel (il ne peut pas s'écrire sous la forme d'un quotient de deux entiers). Donc $\frac{2\pi}{3}$ est un irrationnel.
 C'est aussi un nombre réel.
- 4) 2,645 a été arrondi au centième 2,65 puisque le chiffre qui suit 4 fait partie des chiffres 5, 6, 7, 8, 9.
- 5) Le nombre $\frac{48}{15} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{16}{5}$

On obtient ainsi le tableau de réponses:

Le nombre $-\frac{2}{3}$ appartient à ...	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
Le nombre $-\frac{3}{2}$ appartient à ...	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$
Le nombre $\frac{2\pi}{3}$ est un nombre ...	Rationnel	Réel	Irrationnel	Décimal
On donne $\sqrt{7} \approx 2,64575$ L'arrondi au centième de $\sqrt{7}$ est	2,646	2,645	2,65	2,64
Le nombre $\frac{48}{15}$ est égal à ...	$\frac{50}{17}$	$\frac{16}{5}$	$\frac{40}{7}$	$\frac{15}{48}$

Exercice 2

- 1) $\frac{67}{10^{-3}} = 67 \times 10^3 = 67000$. La nature d'un nombre est le plus petit ensemble de nombres auquel il appartient.
Donc c'est un entier naturel.
- 2) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5} = 0,6$. La nature de ce nombre est un rationnel. C'est un décimal (nombre fini de décimales).
- 3) a) $\underline{3,60 \leq \sqrt{13} \leq 3,61}$ est un encadrement d'amplitude 10^{-2} puisque $3,61 - 3,60 = 0,01$.
- b) $\underline{3 \leq \sqrt{13} \leq 4}$ est un encadrement d'amplitude une unité puisque $4 - 3 = 1$.
- c) la valeur arrondie au millième contient 3 décimales.
la 3^e décimale est laissée telle qu'elle si la 4^e décimale est un 0, 1, 2, 3 ou 4. Elle est passée au chiffre supérieur si la 4^e décimale est un 5, 6, 7, 8 ou 9.
Donc la valeur arrondie de $\sqrt{13}$ au millième est 3,606.
- d) la valeur approchée au centième par défaut contient 2 décimales.
la 2^e décimale est laissée telle qu'elle dans tous les cas.
Donc la valeur approchée de $\sqrt{13}$ au centième par excès est 3,61.

Exercice 3

$$1) A = 2 \times \frac{15}{6} \times \frac{12}{25}$$

Pour simplifier les fractions, on décompose en facteurs les numérateurs et dénominateurs.

$$A = \frac{2 \times 15 \times 12}{6 \times 25}$$

$$A = \frac{2 \times 3 \times 8 \times 2 \times 6}{8 \times 8 \times 5}$$

$$A = \frac{12}{5}$$

$$B = \frac{2 - 5 \times 8}{5 + 5 \times 2}$$

$$B = \frac{2 - 40}{5 + 10}$$

$$B = \frac{-38}{15}$$

$$C = \frac{1 + \frac{5}{6}}{1 - \frac{2}{5}}$$

$$C = \frac{\frac{6+5}{6}}{\frac{5-2}{5}}$$

$$C = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{3}{5}}$$

$$C = \frac{11}{6} \times \frac{5}{3}$$

$$C = \frac{55}{18}$$

2) On veut le résultat final sous la forme $a\sqrt{2}$. Donc il faut exprimer chacun des termes $4\sqrt{2}$, $\sqrt{18}$ et $3\sqrt{50}$ en faisant apparaître $\sqrt{2}$.

$$D = 4\sqrt{2} - \sqrt{9 \times 2} + 3\sqrt{25 \times 2}$$

$$D = 4\sqrt{2} - \sqrt{9 \times \sqrt{2}} + 3\sqrt{25 \times \sqrt{2}}$$

$$D = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 3 \times 5\sqrt{2}$$

$$D = (4 - 3 + 3 \times 5)\sqrt{2} \quad \underline{D = 16\sqrt{2}}$$

$$E = \frac{3\sqrt{10} \times \sqrt{15}}{\sqrt{27}}$$

On utilise $\sqrt{10} = \sqrt{5 \times 2}$; $\sqrt{15} = \sqrt{5 \times 3}$; $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$.

$$E = \frac{3\sqrt{5 \times 2} \times \sqrt{5 \times 3}}{3\sqrt{3}}$$

$$E = \sqrt{5} \times \sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$E = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2}$$

$$\underline{E = 5\sqrt{2}}$$

$$3) F = \frac{(5^3)^7 \times 5^{-4}}{5^{-6}}$$

$$F = \frac{5^{3 \times 7} \times 5^{-4}}{5^{-6}}$$

$$F = \frac{5^{21-4}}{5^{-6}}$$

$$F = \frac{5^{17}}{5^{-6}}$$

$$F = 5^{17} \times 5^6$$

$$F = 5^{17+6}$$

$$\underline{F = 5^{23}}$$

Exercice 4

1) $\frac{n}{35}$ est un entier par exemple

Pour $n = 35$ Dans ce cas $\frac{35}{35} = 1$ est un entier.

Pour $n = 70$ Dans ce cas $\frac{70}{35} = 2$ est un entier.

Pour $n = -35$ Dans ce cas $\frac{-35}{35} = -1$ est un entier.

2) $\frac{n}{35}$ est un décimal non entier par exemple

Pour $n = 7$ Dans ce cas $\frac{7}{35} = \frac{7}{5 \times 7} = \frac{1}{5} = 0,2$

Pour $n = 14$ Dans ce cas $2 \times \frac{7}{35} = 2 \times 0,2 = 0,4$

Pour $n = 21$ Dans ce cas $3 \times \frac{7}{35} = 3 \times 0,2 = 0,6$

3) $\frac{n}{35}$ est un rationnel non décimal par exemple

Pour $n = 5$ Dans ce cas $\frac{5}{35} = \frac{5}{5 \times 7} = \frac{1}{7}$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 30 \\ 20 \\ 60 \\ 40 \\ 50 \\ 10 \end{array} \left| \begin{array}{l} 7 \\ 0,142857142857 \dots \end{array} \right.$$

Il y a une infinité de décimales.

Pour $n = 10$ Dans ce cas $2 \times \frac{5}{35} = 2 \times \frac{1}{7}$ - Il y a une infinité de décimales.

Pour $n = 15$ Dans ce cas $3 \times \frac{5}{35} = 3 \times \frac{1}{7}$ - Il y a une infinité de décimales.

Exercice 5

1) Le périmètre du rectangle est $P = 2 \times (\text{Longueur} + \text{largeur})$

$$P = 2 \times (11 + 3\sqrt{5} + 11 - 3\sqrt{5})$$

$+ 3\sqrt{5}$ et $- 3\sqrt{5}$ s'annulent, donc

$$P = 2 \times (11 + 11)$$

$$P = 2 \times 22$$

$$P = \underline{44 \text{ cm}}$$

2) L'aire du rectangle est $A = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

$$A = (11 + 3\sqrt{5})(11 - 3\sqrt{5})$$

On reconnaît la factorisation de $(11)^2 - (3\sqrt{5})^2$

Donc:

$$A = 11^2 - (3\sqrt{5})^2$$

$$A = 11^2 - 3^2 \times (\sqrt{5})^2$$

$$A = 11^2 - 9 \times 5$$

$$A = 121 - 45$$

$$A = \underline{76 \text{ cm}^2}$$

3) L'angle $\widehat{GLO}$ est un angle droit. Dnc le théorème de Pythagore s'applique dans le triangle GLO :

$$GO^2 = LG^2 + LO^2$$

$$GO^2 = (11 - 3\sqrt{5})^2 + (11 + 3\sqrt{5})^2$$

$$GO^2 = (11 - 3\sqrt{5})(11 - 3\sqrt{5}) + (11 + 3\sqrt{5})(11 + 3\sqrt{5})$$

$$GO^2 = 11^2 - 33\sqrt{5} - 33\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2 + 11^2 + 33\sqrt{5} + 33\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2$$

$$GO^2 = 121 + 3^2 \times 5 + 121 + 3^2 \times 5$$

$$GO^2 = 121 + 45 + 121 + 45$$

$$GO^2 = 242 + 90$$

$$GO^2 = 332$$

$$\text{Dnc la diagonale } d = GO = \underline{\sqrt{332} \text{ cm}}$$

$$\text{Remarque: } 332 = 4 \times 83$$

$$\text{dnc } d = \sqrt{4 \times 83}$$

$$d = \sqrt{4} \sqrt{83}$$

$$d = 2\sqrt{83} \text{ cm}$$