

Exercice 1

- 1) Proposition A: $f(x) = 4x + 7$ et l'image de -2 par f est 1
 Calculons l'image de -2 : $f(-2) = 4(-2) + 7 = -1$ donc Faux

Proposition B: $f(x) = 4x + 7$ et un antécédent (donc une valeur de x) de 1 par f est 11 : $f(11) = 4(11) + 7 = 51$
 La proposition est que $f(11) = 1$ donc Faux

Conclusion : il reste une seule bonne réponse : C

- 2) Si $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ alors $-\vec{u} \begin{pmatrix} -(-2) \\ -4 \end{pmatrix} = -\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ C

- 3) les coordonnées de M sont $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$ $M \left(\frac{-4+3}{2}; \frac{5-3}{2} \right)$ $M \left(-\frac{1}{2}; 1 \right)$ B

- 4) la courbe existe pour $x \in [-2; 4]$. f est définie sur $[-2; 4]$ C

- 5) Fonction cube: $f(x) = x^3$ donc $-f(x) = -x^3$ } $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. f est impaire B
 De plus $f(-x) = (-x)^3 = -x^3$

- 6) $f(x) = -3x^2 - 1$
 donc $f(-\frac{5}{6}) = -3(-\frac{5}{6})^2 - 1 = -\frac{37}{12}$ $f(x_A) \neq y_A$ donc $A \notin C_f$
 $f(-\frac{2}{3}) = -3(-\frac{2}{3})^2 - 1 = -\frac{7}{3}$ $f(x_B) \neq y_B$ donc $B \notin C_f$
 $f(-\frac{1}{2}) = -3(-\frac{1}{2})^2 - 1 = -\frac{7}{4}$ $f(x_C) = y_C$ donc $C \in C_f$ C

- 7) la fonction carré a une courbe qui est une parabole tournée vers le haut. Son sommet est le point O(0;0)
 Son minimum est 0 B

- 8) Une fonction croissante sur $[-10; 10]$ conserve l'ordre entre les antécédents et les images.
 Avec les antécédents -3 et 5
 On a $-3 < 5$
 donc $f(-3) < f(5)$ est vrai A

Exercice 2

1) Les antécédents x du nombre 0 sont les valeurs de x telles que $f(x) = 0$

Graphiquement, les antécédents sont les abscisses des points de la courbe qui sont aussi sur la droite horizontale d'équation $y = 0$ (l'axe des abscisses).

La courbe coupe quatre fois l'axe des abscisses.

Donc le nombre d'antécédents de 0 par f est quatre.

2) a) les solutions de l'équation $f(x) = -4$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = -4$.

On lit sur le graphique que les points d'intersection ont pour abscisses $x = 2,5$ et $x = 3,5$ $S = \{2,5; 3,5\}$

b) Pour résoudre l'inéquation $f(x) < 1$, on trace la droite d'équation $y = 1$.

les solutions sont les abscisses des points de la courbe strictement situés sous cette droite.

$$S =]-1,5; 0,5[\cup]1,5; 4,5[$$

c) Pour résoudre l'inéquation $f(x) > -\frac{3}{2}$, on trace la droite d'équation $y = -\frac{3}{2}$.

les solutions sont les abscisses des points de la courbe situés au-dessus de cette droite.

$$S = [-2; 2] \cup [4; 5]$$

3) Tableau de variation de f :

x	-2	-0,5	1	3	5
variations de f	3	$\searrow -1,2$	$\nearrow 2$	$\searrow -5$	$\nearrow 4$

4) les extremums c'est à dire le minimum et le maximum:

minimum: -5

maximum: 4

Il s'agit du minimum absolu et du maximum absolu de la fonction f sur son ensemble de définition.

(on peut aussi considérer tous les minimums, y compris les minimums locaux: $m_1 = -1,2$ et $m_2 = -5$

Et si on considère tous les maximums, y compris les maximums locaux: $M_1 = 3$; $M_2 = 2$; $M_3 = 4$)

Exercice 3

Saisir A

• A vaut 15

B vaut 3

U vaut $A * B$ c'est à dire 45

la condition $U > 30$ est vraie donc l'instruction

Affecter à U la valeur $U - 10$ est exécutée

Donc U vaut $45 - 10$ c'est à dire 35

Saisir A

• A vaut 4

B vaut 3

U vaut $A * B$ c'est à dire 12

la condition $U > 30$ est fausse donc l'instruction

Affecter à U la valeur $A - 10$ est exécutée

Donc U vaut $4 - 10$ c'est à dire -6

Exercice 4

- 1) Pour aller du Panthéon au Musée du Louvre, on peut faire les visites suivantes (3 monuments):

P vers N puis N vers L
P vers O puis O vers L

- 2) les visites possibles en partant du musée d'Orsay et en arrivant à Notre-Dame:

O vers L puis L vers N
et O vers P puis P vers N

- 3) la visite $\vec{LC} + \vec{CN}$

est Musée du Louvre - Cimetière du Père-Lachaise - Notre-Dame

- 4) question 1: Panthéon vers Notre-Dame puis Notre-Dame vers Louvre
correspond à la somme de vecteurs $\vec{PN} + \vec{NL}$
ou
Panthéon vers Orsay puis Orsay vers Louvre
correspond à la somme $\vec{PO} + \vec{OL}$

question 2: O vers L puis L vers N correspond à la somme $\vec{OL} + \vec{LN}$
O vers P puis P vers N correspond à la somme $\vec{OP} + \vec{PN}$

- 5) les coordonnées pour Tour Eiffel sont T(6; 6)
les coordonnées pour Arc de Triomphe sont A(7; 8)
les coordonnées pour Sacré-Cœur sont S(9; 10)

$$6) \quad \vec{TA} \begin{pmatrix} x_A - x_T \\ y_A - y_T \end{pmatrix} \quad \vec{TA} \begin{pmatrix} 7 - 6 \\ 8 - 6 \end{pmatrix} \quad \vec{TA} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AS} \begin{pmatrix} x_S - x_A \\ y_S - y_A \end{pmatrix} \quad \vec{AS} \begin{pmatrix} 9 - 7 \\ 10 - 8 \end{pmatrix} \quad \vec{AS} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

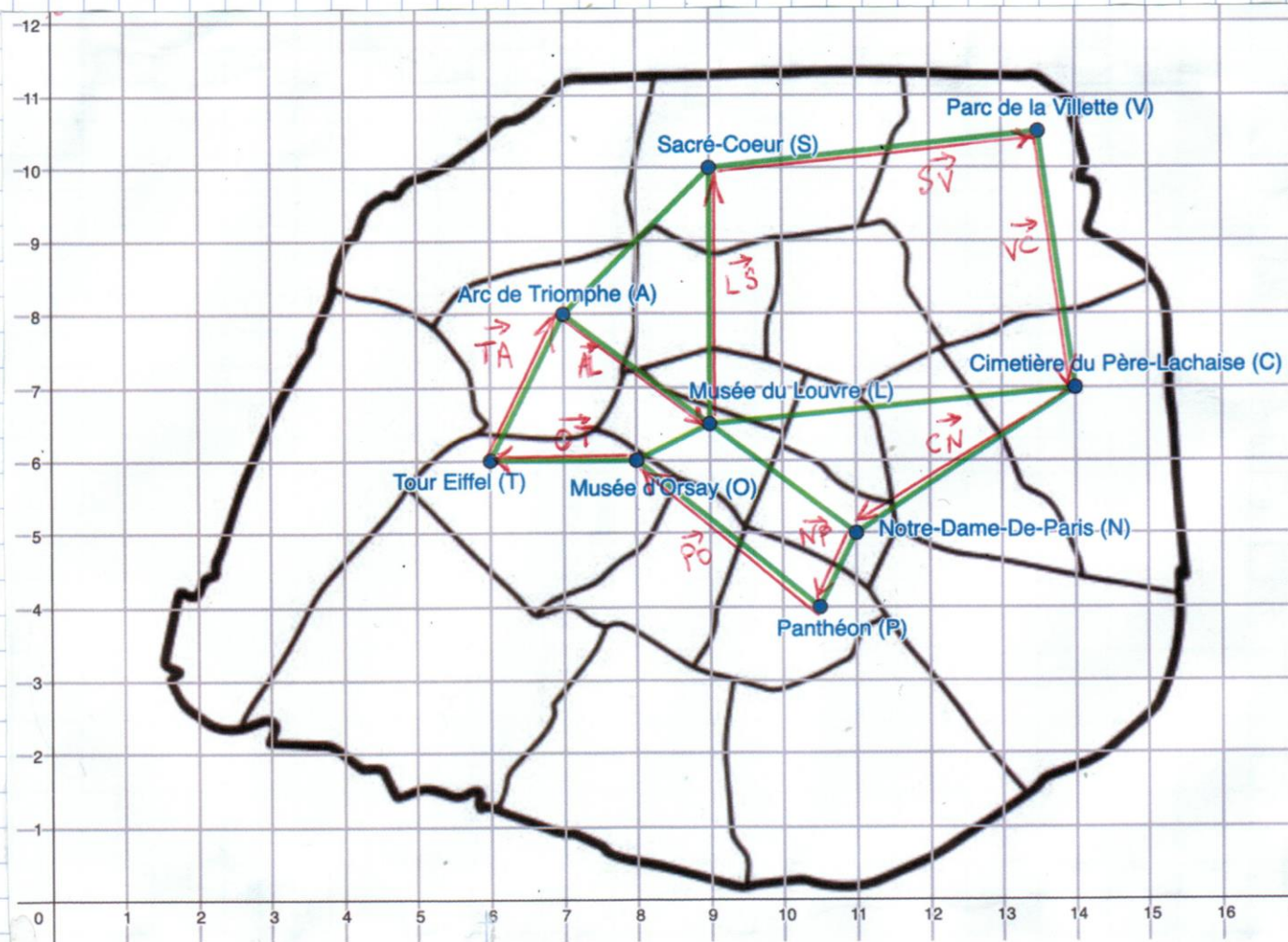
$$7) \quad a) \quad \begin{aligned} \|\vec{TA}\| &= \sqrt{(1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5} \\ \|\vec{AS}\| &= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} \end{aligned}$$

la distance exacte parcourue par le bus est $\|\vec{TA}\| + \|\vec{AS}\| = \sqrt{5} + \sqrt{8}$
la valeur approchée en kilomètre près est 5 km

$$b) \quad \text{Coût} = 5 \times 3 = \underline{15 \text{ €}}$$

- 8) Dans le bon ordre, la somme de vecteurs est pour un départ à la Tour Eiffel et un retour à la Tour Eiffel
 $\vec{TA} + \vec{AL} + \vec{LS} + \vec{SV} + \vec{VC} + \vec{CN} + \vec{NP} + \vec{PO} + \vec{OT}$

Voir sur la page suivante les vecteurs en rouge.



8) Soit x le nombre de billets que doit vendre l'entreprise.

L'argent récupéré (la recette) = $5,6x$

et il faut que $5,6x \geq 267$

$$x \geq \frac{267}{5,6}$$

$$x \geq 47,67$$

x est un nombre entier.

Donc $x = 48$ est le nombre minimal de billets que l'entreprise doit vendre pour avoir une recette supérieure ou égale à 267 €.

Exercice 5

$$A(4; 3) \quad B(2; -1) \quad C(-4; 2) \quad D(-2; 6)$$

$$1) \quad \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \quad \vec{AB} \begin{pmatrix} 2 - 4 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} \quad \underline{\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}}$$

$$\vec{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} \quad \vec{DC} \begin{pmatrix} -4 - (-2) \\ 2 - 6 \end{pmatrix} \quad \underline{\vec{DC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}}$$

2) On calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{AC}$ et $\vec{BD}$ puis leur norme.

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} -4 - 4 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} \quad \vec{AC} \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BD} \begin{pmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \end{pmatrix} \quad \vec{BD} \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 6 - (-1) \end{pmatrix} \quad \vec{BD} \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-8)^2 + (-1)^2} \quad \|\vec{AC}\| = \sqrt{65}$$

$$\|\vec{BD}\| = \sqrt{(-4)^2 + (7)^2} \quad \|\vec{BD}\| = \sqrt{65}$$

Donc les distances AC et BD sont égales.

3) $\vec{AB} = \vec{DC}$ est suffisant pour affirmer que ABCD est un parallélogramme.

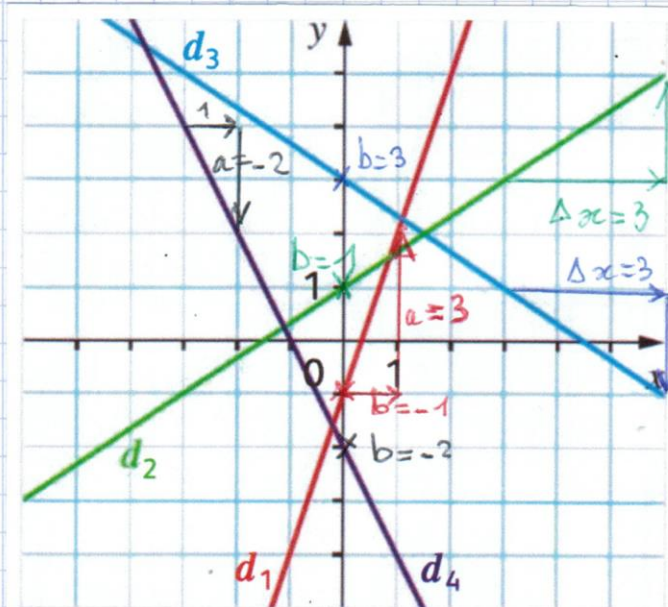
De plus les diagonales ont la même longueur. Donc ABCD est un rectangle.

Exercice 6

1) Les droites ont une équation de la forme $y = ax + b$

• On lit l'ordonnée à l'origine b sur l'axe (Oy)

• On lit le coefficient directeur a en avançant de 1 en horizontal et en regardant de combien il faut monter ou descendre pour atteindre la droite. On peut aussi utiliser la formule $a = \frac{\Delta y}{\Delta x}$



d_1 a pour équation $y = 3x - 1$

d_2 a pour équation $y = \frac{2}{3}x + 1$

d_3 a pour équation $y = -\frac{2}{3}x + 3$

d_4 a pour équation $y = -2x - 2$

2) Pour la droite (KL) on calcule $a = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K}$

$K(-1; 3) \quad L(2; -\frac{3}{2})$

$$a = \frac{-\frac{3}{2} - 3}{2 - (-1)} = \frac{-\frac{9}{2}}{3} = -\frac{3}{2}$$

$$y = -\frac{3}{2}x + b$$

Pour calculer b on remplace x et y par les coordonnées de $K(-1; 3)$

$$3 = -\frac{3}{2}(-1) + b \quad 3 = \frac{3}{2} + b \quad \text{donc } b = \frac{3}{2}$$

Donc (KL) a pour équation $y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$

3) a) On remplace x et y par les coordonnées de $A(1; 1)$:

$$1 = -\frac{3}{4}(1) + \frac{3}{2}$$

$1 = \frac{3}{4}$ Faux donc A n'appartient pas à d.

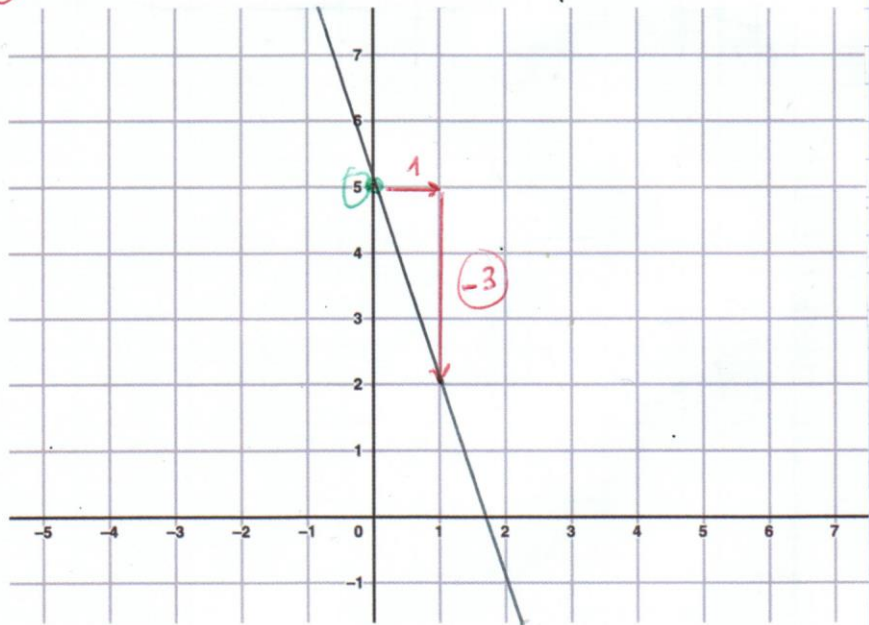
b) On remplace x et y par les coordonnées de $B(2; 0)$:

$$0 = -\frac{3}{4}(2) + \frac{3}{2}$$

$0 = 0$ Vrai donc B appartient à d.

Bonus

1. $f(x) = -3x + 5$



2. $f(x) = \frac{2}{3}x + 0$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{3}$$

