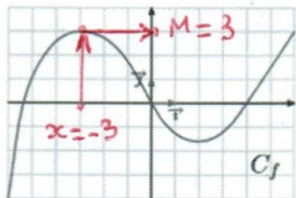


Exercice 1

- 1) L'ensemble de définition se lit sur la première ligne d'un tableau de variation (la ligne des x).
Donc l'ensemble de définition de la fonction f est $[-4; 5]$
Réponse B
- 2) Le maximum de la fonction se lit sur la deuxième ligne (ligne des $f(x)$). Le maximum global de f est 3.
Réponse C
- 3) L'intervalle $[1,5; 2]$ concerne les x donc il est à voir sur la première ligne. Il est inclus dans l'intervalle $[1; 3]$ sur lequel la fonction f est croissante. Donc si x est sur l'intervalle $[1,5; 2]$, la fonction f est croissante.
Réponse A
- 4) Sur la courbe présentée, on lit que f a un maximum $M=3$ lorsque $x=-3$.
Le seul tableau de variation compatible avec cela est le tableau du milieu.
Réponse B
- 5) $a^2 - b^2$ se factorise en $(a-b)(a+b)$. C'est une des trois identités remarquables du cours.
Réponse B
- 6) $(4x-5)^2$ est de la forme $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
avec $a=4x$
et $b=5$
Donc $(4x-5)^2 = (4x)^2 - 2(4x)(5) + (5)^2$
 $(4x-5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$
Réponse A

- 4 Parmi les tableaux de variation ci-contre, quel est celui de la fonction f dont la courbe représentative est :



- 7) $64x^2 + 48x + 9$ s'écrit $(8x)^2 + 2(8x)(3) + (3)^2$
L'expression est donc de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ avec
 $\begin{cases} a=8x \\ b=3 \end{cases}$
On sait que c'est l'identité remarquable $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
Donc $64x^2 + 48x + 9 = (8x+3)^2$ qui est égale à $(3+8x)^2$
Réponse B

Exercice 2

1) On complète sur l'énoncé la ligne des effectifs cumulés croissants.

FRC	42	45	46	48	49	50	51	52	53	54	55	57	59	61
Effectif	2	2	3	5	1	7	4	9	8	5	6	1	6	1
Effectifs cumulés croissants	2	4	7	12	13	20	24	33	41	46	52	53	59	60

2) L'effectif $n = 60$ est pair donc la médiane est la moyenne des 30^e et 31^e valeurs. Ce sont toutes les deux 52.
Donc la médiane $M = \frac{52+52}{2} = 52$ pulsations/min

$\frac{25}{100} \times 60 = 15$ donc le 1^{er} quantile est la 15^e valeur $Q_1 = 50$

$\frac{75}{100} \times 60 = 45$ donc le 3^e quantile est la 45^e valeur $Q_3 = 54$
L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1 = 54 - 50 = 4$

3) $\bar{x} = \frac{1}{n} (n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_{14} x_{14})$

$\bar{x} = \frac{1}{60} (2 \times 42 + 2 \times 45 + \dots + 1 \times 61) \quad \bar{x} = 51,98 \text{ pulsations/min}$

$V = \frac{1}{n} (n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + n_{14} (x_{14} - \bar{x})^2)$

$V = \frac{1}{60} (2(42 - 51,98)^2 + \dots + 1(61 - 51,98)^2)$

$\sigma = \sqrt{V}$

$\sigma = 4,1 \text{ pulsations/min}$

4) On peut comparer les positions des deux séries.
la moyenne et la médiane sont des paramètres de position.

Prenons les moyennes:

• sportifs : $\bar{x} = 51,98$

• non sportifs : $\bar{x} = 53,02$

Donc les non sportifs ont une fréquence cardiaque au repos plus élevée.

(on constaterait la même chose en comparant les médianes)

On peut comparer les dispersions des deux séries

L'écart-type et l'écart interquartile sont des paramètres de dispersion.

Prenons les écart-types:

• sportifs : $\sigma = 4,1$

• non sportifs : $\sigma = 7,09$

Donc les non sportifs ont une fréquence cardiaque plus dispersée.

(on constaterait la même chose en comparant les écarts interquartiles)

Exercice 3

- 1) On entre les diamètres dans la liste L_1
les effectifs dans la liste L_2
la calculatrice donne:

$$\text{moyenne } \bar{x} = 24,906$$

$$\text{médiane } M = 24,85$$

$$1^{\text{er}} \text{ quantile } Q_1 = 24,7$$

$$3^{\text{e}} \text{ quantile } Q_3 = 25,1$$

} Donc l'écart interquartile $Q_3 - Q_1 = 0,4$

- 2) On doit vérifier les trois critères pour savoir si la machine fonctionne correctement:

- 1^{er} critère: $Q_3 - Q_1$ est inférieur à 2% de $\bar{x}$
 $Q_3 - Q_1 = 0,4$ et 2% de $\bar{x} = 0,02 \times 24,906$
 $= 0,498$

$0,4$ est inférieur à $0,498$

$Q_3 - Q_1$ est inférieur à 2% de $\bar{x}$

Le 1^{er} critère est vérifié.

- 2^e critère: L'écart entre $\bar{x}$ et M est inférieur à 0,1
L'écart entre $\bar{x}$ et M est la valeur absolue de la différence $\bar{x} - M$

$$|\bar{x} - M| = |24,906 - 24,85|$$

$$|\bar{x} - M| = |0,056|$$

$$|\bar{x} - M| = 0,056$$

L'écart entre $\bar{x}$ et M est inférieur à 0,1

Le 2^e critère est vérifié.

- Au moins 90% des effectifs est dans $[\bar{x} - 0,5 ; \bar{x} + 0,5]$
c'est à dire dans l'intervalle $[24,406 ; 25,406]$
Il est plus rapide de compter les pièces qui sont en dehors de cet intervalle:

2 de 24,3

4 de 24,4

4 de 25,5

2 de 25,6

1 de 25,7

Total: 13 pièces en dehors de l'intervalle $[24,406 ; 25,406]$

Soit 13% des pièces en dehors

On en déduit que 87% des pièces sont dans l'intervalle $[\bar{x} - 0,5 ; \bar{x} + 0,5]$.

Le 3^e critère n'est pas vérifié

A cause du 3^e critère, on déduit que la machine ne fonctionne pas correctement.

Exercice 4

- 1) L'aire du rectangle vaut longueur $\times$ largeur = 200
la largeur vaut x donc longueur = $\frac{200}{x}$

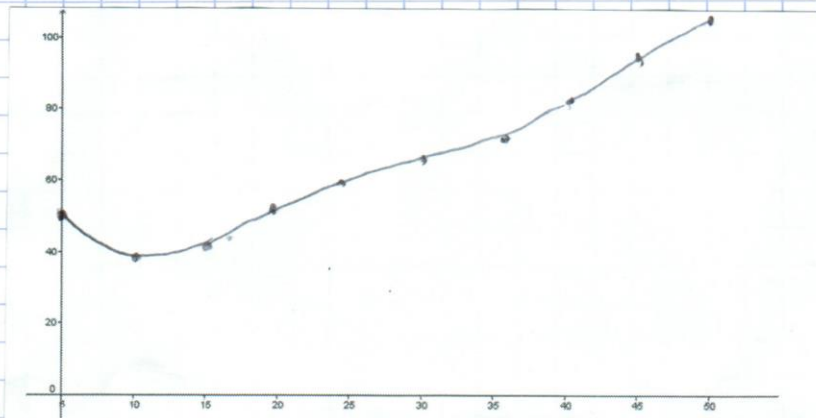
Donc la longueur de la clôture $f(x) = x + \frac{200}{x} + x$

$$f(x) = 2x + \frac{200}{x}, x \in [5; 50]$$

- 2) A l'aide de la calculatrice, on remplit le tableau:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
f(x)	50	40	43,33	50	58	66,67	75,71	85	94,4	104

- 3) on place les points correspondants dans le repère et on trace la courbe:



- 4) Le tableau de variation est:

x	5	10	50
f(x)	50	40	104

- 5) Pour que la longueur de clôture soit minimale, il faut que $x = 10$.

f-enclos a pour dimensions rectangulaires

largeur $x = 10 \text{ m}$

longueur $= \frac{200}{x} = \frac{200}{10} = 20 \text{ m}$

Exercice 5

1) $\text{Aire}_{\text{gazon}} = \text{Aire du jardin} - \text{Aire du carré Oignon} - \text{Aire du carré Pail$

$$\text{Aire}_{\text{gazon}} = (x+10)(2x+4) - x^2 - x^2$$

$$\text{Aire}_{\text{gazon}} = 2x^2 + 4x + 20x + 40 - 2x^2$$

$$\underline{\text{Aire}_{\text{gazon}} = 24x + 40}$$

2) On sait que l'aire du gazon vaut 94.
Donc on a l'équation:

$$\underline{24x + 40 = 94}$$

Résolution:

$$24x = 94 - 40$$

$$24x = 54$$

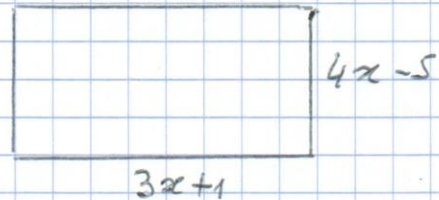
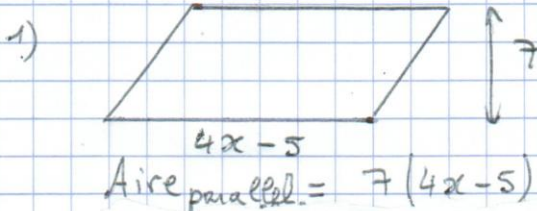
$$x = \frac{54}{24}$$

$$\underline{x = 2,25 \text{ m}}$$

3) L'aire des deux petits carrés identiques est $2,25^2$
soit un total de $2 \times 2,25^2 = 10,125 \text{ m}^2$.

Donc l'aire totale du jardin est $94 + 10,125 = \underline{104,125}$

Exercice 6



L'inéquation pour que Aire_{parall.} > Aire_{rect} est:

$$7(4x-5) > (4x-5)(3x+1)$$

$$0 > (4x-5)(3x+1) - 7(4x-5)$$

$$0 > (4x-5)((3x+1)-7)$$

$$\underline{0 > (4x-5)(3x-6)}$$

2) Pour résoudre l'inéquation, on fait un tableau de signes:

x	1,25	2	$+\infty$
signe de $4x-5$	0	+	+
signe de $3x-6$	-	0	+
signe de $(4x-5)(3x-6)$	0	-	+

L'ensemble des solutions est $\underline{S =]1,25; 2[}$

3) Ce programme affiche "Gagné" si $x \in]1,25; 2[$ et "Perdu" sinon.

4) a) pour $x = 1,3$ il affiche 1,4 et 0,98
pour $x = 2,5$ il affiche 35 et 42,5

b) D'une manière générale ce programme affiche l'aire du parallélogramme et celle du rectangle en fonction de x . (5)