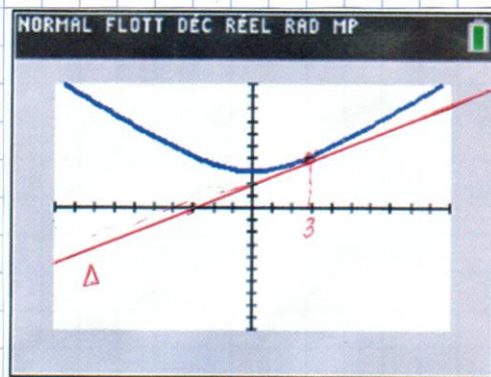


n°63 p135

Commençons par représenter graphiquement la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x^2+9}$



1) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \sqrt{(-x)^2+9} = \sqrt{x^2+9} = f(x)$ donc f est paire

2) Sur $[0; +\infty[$ $f(x) = \sqrt{u(x)}$ avec $u(x) = x^2+9$ $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$

$$f'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}} \quad f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$\frac{x \geq 0}{\sqrt{x^2+9} > 0} \left\{ \text{donc } f'(x) > 0 \text{ donc } f \text{ est } \underline{\text{croissante}} \right.$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2+9 = +\infty$ } donc par composition, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+9} = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$

4) La fonction f est paire donc sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. On en fait un tableau de variations est

x	$-\infty$	0	$+\infty$
variations de f	$+\infty$		$+\infty$

5) Au point d'abscisse 3, la tangente Δ a pour équation
 $y = f(3) + f'(3)(x-3)$
 $f(3) = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$
 $f'(3) = \frac{3}{\sqrt{9+9}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 Donc Δ : $y = 3\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}(x-3)$
 $y = 3\sqrt{2} + x \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $y \approx 0,707x + 2,121$

6) a) $f'(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ avec $u(x) = x$ $u'(x) = 1$ $v(x) = \sqrt{x^2+9}$ $v'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$

$$f''(x) = \frac{(1)(\sqrt{x^2+9}) - (x)\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right)}{(\sqrt{x^2+9})^2}$$

$$f''(x) = \frac{(\sqrt{x^2+9})^2 - x^2}{(\sqrt{x^2+9})^2}$$

$$f''(x) = \frac{x^2+9-x^2}{\sqrt{x^2+9}} \times \frac{1}{(\sqrt{x^2+9})^2}$$

$$f''(x) = \frac{9}{\sqrt{x^2+9}(x^2+9)}$$

b) $f''(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$ comme produit et quotient de facteurs strictement positifs. Donc f est convexe et donc Δ est au-dessus de la courbe ses tangentes donc de Δ (34)