

- 1) f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x + 1$
 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ $f'(x) = -4x^3 + 6x^2 + 3$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -4x^3 = +\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -4x^3 = -\infty$
 f' est dérivable sur $\mathbb{R}$. $f''(x) = -12x^2 + 12x$
 $f''(x) = 12x(-x+1)$

2) a) Variations de f'

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
signe de $12x$			-	0	+		+
signe de $-x+1$		+		+	0		-
signe de $f''(x)$		-	0	+	0		-
variations de f'	$+\infty$						$-\infty$

$\nearrow$ 3 $\nearrow$ 5 $\searrow$

b) D'après le tableau de variation, f' a un minimum $f'(0) = 3$ sur l'intervalle $]-\infty; 1]$. Donc $f'(x) > 0$ sur $]-\infty; 1]$

Sur $[1; +\infty[$, f' est continue
 f' est strictement décroissante
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$

d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f'(x) = 0$ a une unique solution $\alpha \in [1; +\infty[$
 En faisant le tableau des valeurs de $f'(x)$:

NORMAL FLOTT DEC REEL RAD MP				
APP SUR + POUR ΔTGT				
X	Y1			
-1	13			
0	3			
1	5			
2	-5			
3	-51			
4	-157			
5	-347			
6	-645			
7	-1075			
8	-1661			
9	-2427			
X=9				

on voit que $f'(x) > 0$ pour $x = 1$
 $f'(x) < 0$ pour $x = 2$
 on en déduit que $1 < \alpha < 2$

c) On en déduit le tableau de signes de f' :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
signe de $f'(x)$		+	0	-	

3) On en déduit les variations de f définie par $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 3x + 1$
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^4 = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -x^4 = -\infty$

x		α	
variations de f	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow -\infty$

(40)