

1) Limite en 0 :

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 2) = -2 \\ \lim_{x \rightarrow 0} (\ln(x)) = -\infty \end{array} \right\} \text{ donc par somme } \underline{\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty}$$

limite en $+\infty$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 2) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x)) = +\infty \end{array} \right\} \text{ donc par somme } \underline{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty}$$

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 1}{x}$$

x	0	$+\infty$
signe de $2x^2 + 1$		+
signe de x		+
signe de $\frac{2x^2 + 1}{x}$		+
variations de f		$-\infty \rightarrow +\infty$

- 2) • f est continue sur $]0; +\infty[$
 • f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$
 • $0 \in]\lim_{x \rightarrow 0} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$

donc, d'après le corollaire du TVI, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]0; +\infty[$

3) $f(\alpha) = 0$
 $\alpha^2 - 2 + \ln(\alpha) = 0$
 $\underline{\ln(\alpha) = 2 - \alpha^2}$

- 4) Puisque f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ et que α est tel que $f(\alpha) = 0$ alors on a le tableau de signes suivant :

x	0	α	$+\infty$
signe de $f(x)$		-	+

- 5) la fonction renvoie a et b les bornes de l'intervalle qui contient α la première fois que la précision $b - a \leq 10^{-1}$
 Si on fait le programme sur le calculatrice Python alors on a

$$a = 1,3125$$

$$b = 1,3175$$

Remarque : Si on cherche α à la calculatrice avec $y_1 = \ln(x)$ et $y_2 = 2 - x^2$, les deux courbes se coupent au point d'abscisse $\alpha = 1,31415$