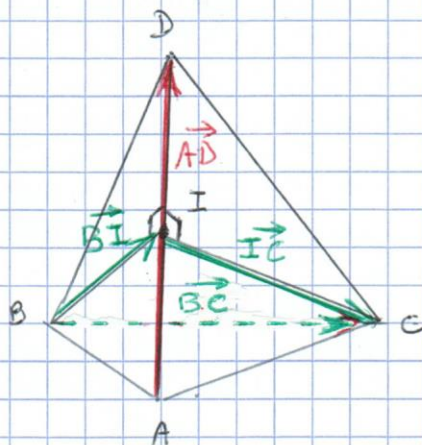
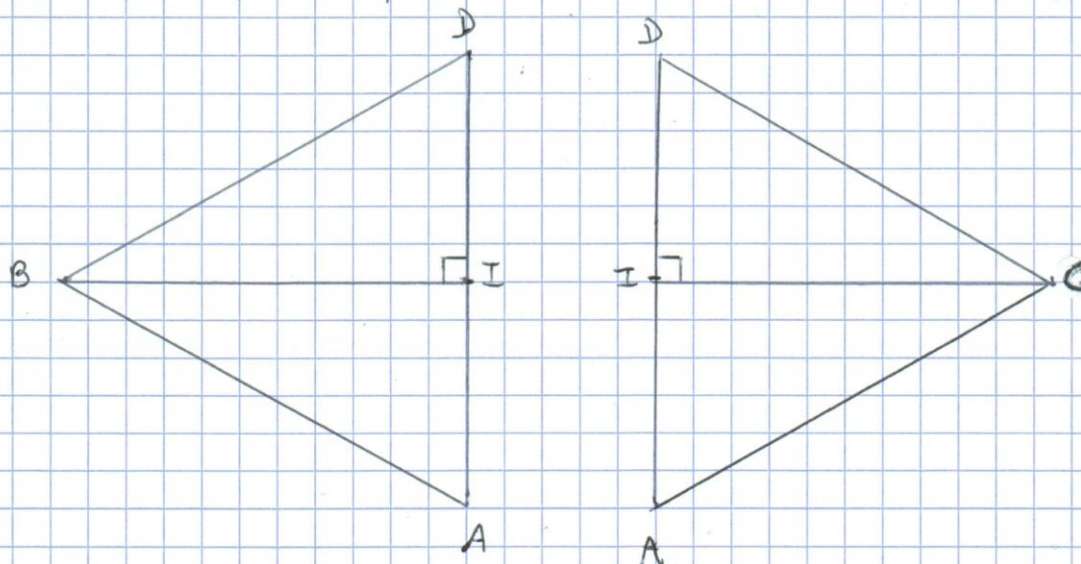




- Soit I le milieu de l'arête $[AD]$
- le tétraèdre est régulier donc toutes les faces sont des triangles équilatéraux.
- En particulier les faces ABD et ACD sont des triangles équilatéraux.



I est le milieu de $[AD]$ et donc aussi le pied de la hauteur issue de B dans ABD et issue de C dans ACD

Pour démontrer que (BC) et (AD) sont des droites orthogonales, on va démontrer que les vecteurs $\vec{BC}$ et $\vec{AD}$ sont orthogonaux.

Calculons le produit scalaire $\vec{BC} \cdot \vec{AD}$ en faisant intervenir I .

$$\vec{BC} \cdot \vec{AD} = (\vec{BI} + \vec{IC}) \cdot \vec{AD}$$

$$\vec{BC} \cdot \vec{AD} = \vec{BI} \cdot \vec{AD} + \vec{IC} \cdot \vec{AD}$$

Or les vecteurs $\vec{BI}$ et $\vec{AD}$ sont orthogonaux donc $\vec{BI} \cdot \vec{AD} = 0$
 et les vecteurs $\vec{IC}$ et $\vec{AD}$ sont orthogonaux donc $\vec{IC} \cdot \vec{AD} = 0$

Donc $\vec{BC} \cdot \vec{AD} = 0 + 0$
 $\vec{BC} \cdot \vec{AD} = 0$
 donc $\vec{BC}$ et $\vec{AD}$ sont orthogonaux
 et donc les droites (BC) et (AD) sont orthogonales.