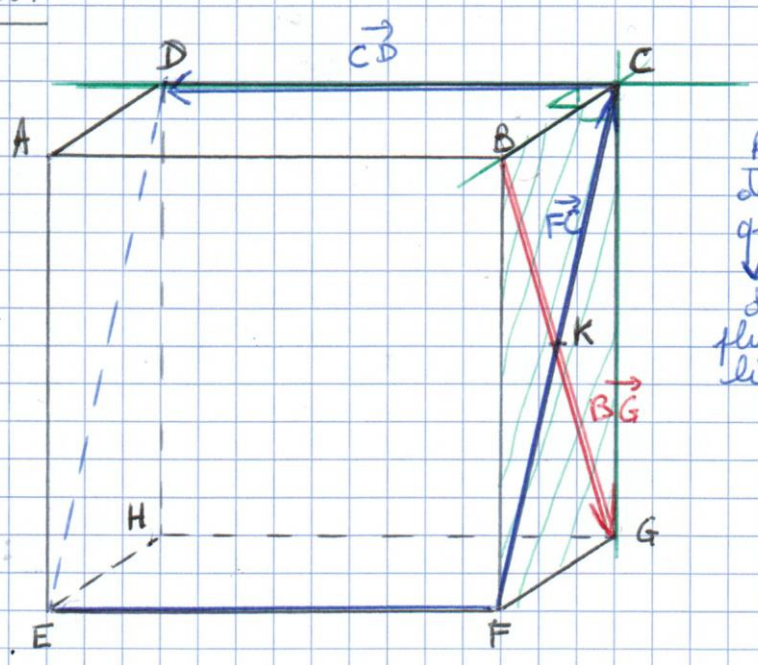
n°19 p361



Remarque : il est préférable de dessiner "les bords" du quadrilatère DCFE pour visualiser l'intersection du plan (FDC) avec le cube, plutôt que, comme dans le livre, le triangle FDC.

1) [BG] et [CF] sont des diagonales du carré BCGF donc la droite (BG) est orthogonale à la droite (FC)

2) $\vec{CD}$ est orthogonal à $\vec{CG}$ et à $\vec{CB}$
$(\vec{CG}, \vec{CB})$ est une base du plan (BCG)
Donc la droite (CD) est orthogonale au plan (BCG)
Donc la droite (CD) est orthogonale à toutes les droites de (BCG).
De plus, la droite (BG) est une droite du plan (BCG).
Donc (BG) est orthogonale à (CD)

3) D'après la question 1) $\vec{BG}$ est orthogonal à $\vec{FC}$
D'après la question 2) $\vec{BG}$ est orthogonal à $\vec{CD}$

$(\vec{FC}, \vec{CD})$ est une base du plan (FDC)
donc $\underline{\vec{BG}}$ est un vecteur normal au plan (FDC).

4) $\vec{BG}$ est normal au plan (FDC) donc la droite (BG) est perpendiculaire au plan (FDC)

Soit K le point d'intersection des diagonales [BG] et [FC].
$K \in (FC)$ donc $\underline{K \in (FDC)}$

$\vec{BK} = \frac{1}{2}\vec{BG}$ donc $\vec{BK}$ est colinéaire à $\vec{BG}$
donc $\vec{BK}$ est aussi un vecteur normal à (FDC)
donc la droite $\underline{(BK) \text{ est perpendiculaire à } (FDC)}$

- $K \in (FDC)$ et
- (BK) est perpendiculaire à (FDC)

On en déduit que $\underline{K \text{ est le projeté orthogonal du point B sur le plan } (FDC)}$.
K étant le point d'intersection des diagonales [BG] et [CF] se trouve au milieu du segment [CF].