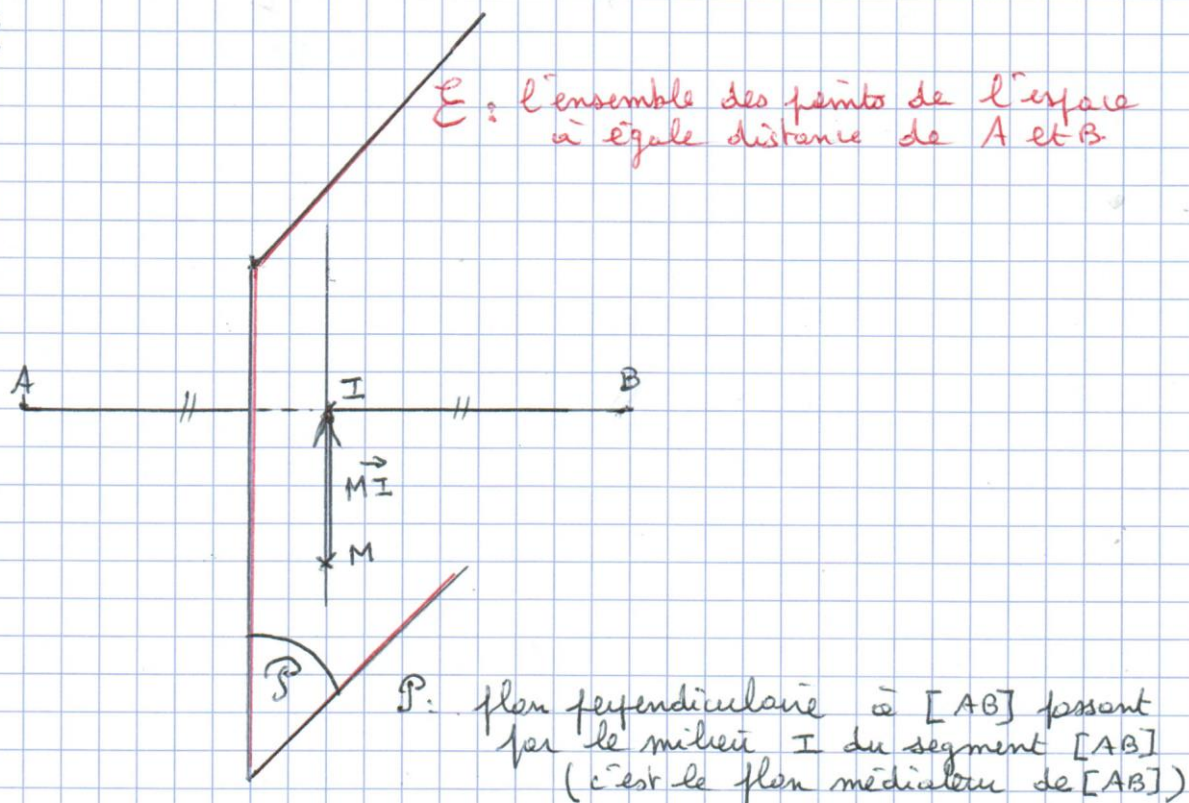




1) a)  $M \in P$  et  $I \in P$  donc la droite  $(MI)$  est incluse dans le plan  $P$ .

Ce plan  $P$  est perpendiculaire à la droite  $(AB)$ .

Donc  $(MI)$  est orthogonale à  $(AB)$ .

$$\vec{MI} \cdot \vec{AB} = 0$$

Rappel: la droite  $(AB)$  est perpendiculaire à  $P$  donc elle est orthogonale à toute droite de  $P$ .

Pour faire apparaître les distances  $MA$  et  $MB$ , on utilise  $\|\vec{MA}\| = MA$  et  $\|\vec{MB}\| = MB$

Comme l'énoncé parle de carrés scalaires, on utilise la propriété  $\|\vec{MA}\|^2 = \vec{MA}^2$  et  $\|\vec{MB}\|^2 = \vec{MB}^2$

On doit arriver à la conclusion que  $MA = MB$

Donc juste avant le résultat on aura  $MA^2 = MB^2$

et en remontant au carré scalaires  $\vec{MA}^2 = \vec{MB}^2$

Et avant, on peut avoir  $\vec{MA}^2 - \vec{MB}^2 = 0$

En remontant encore, on peut utiliser une identité remarquable:  $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) = 0$

On peut utiliser la propriété:  $I$  est le milieu de  $[AB]$  donc pour tout point  $M$  de l'espace

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$$

On remonte au début

$$2\vec{MI} \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) = 0$$

$$2\vec{MI} \cdot (\vec{MA} + \vec{BM}) = 0$$

$$2\vec{MI} \cdot (\vec{BM} + \vec{MA}) = 0$$

$$2\vec{MI} \cdot \vec{BA} = 0$$

$$-2\vec{MI} \cdot \vec{AB} = 0$$

$$\vec{MI} \cdot \vec{AB} = 0$$

On est arrivé au point où nous étions avant la recherche au brouillon.

Il reste à rédiger au propre, en reprenant toutes les lignes dans le bon sens.

Recherche  
au  
brouillon

1) a)  $M \in \mathcal{P}$  et  $I \in \mathcal{P}$  donc la droite  $(MI)$  est incluse dans le plan  $\mathcal{P}$ .  
Ce plan  $\mathcal{P}$  est perpendiculaire à la droite  $(AB)$ .  
Donc  $(MI)$  est orthogonale à  $(AB)$

$$\begin{aligned}\vec{MI} \cdot \vec{AB} &= 0 \\ -2 \vec{MI} \cdot \vec{AB} &= 0 \\ 2 \vec{MI} \cdot \vec{BA} &= 0 \\ 2 \vec{MI} \cdot (\vec{BM} + \vec{MA}) &= 0 \\ 2 \vec{MI} \cdot (\vec{MA} + \vec{BM}) &= 0 \\ 2 \vec{MI} \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) &= 0\end{aligned}$$

On peut tout point  $M$  de l'espace, puisque  $I$  est le milieu de  $[AB]$ , on a  $2\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB}$

$$\begin{aligned}\text{donc } (\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) &= 0 \\ \vec{MA}^2 - \vec{MB}^2 &= 0 \\ \vec{MA}^2 &= \vec{MB}^2 \\ \|\vec{MA}\|^2 &= \|\vec{MB}\|^2 \\ MA^2 &= MB^2 \\ MA &= MB\end{aligned}$$

b) On a démontré que si  $M$  est dans le plan médiateur  $\mathcal{P}$  du segment  $[AB]$  (c'est à dire dans le plan perpendiculaire au segment  $[AB]$ , passant par le milieu  $I$  de  $[AB]$ ), alors  $M$  est à égale distance de  $A$  et  $B$  donc  $M \in \mathcal{E}$ .

On a montré que si  $M \in \mathcal{P}$  alors  $M \in \mathcal{E}$

(ce qui s'écrit symboliquement  $M \in \mathcal{P} \Rightarrow M \in \mathcal{E}$ )

2) a) Cette question revient à écrire la recherche au brouillon précédente. On suppose que  $M \in \mathcal{E}$ , donc

$$\begin{aligned}MA &= MB \\ MA^2 &= MB^2 \\ MA^2 - MB^2 &= 0 \\ \vec{MA}^2 - \vec{MB}^2 &= 0 \\ (\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) &= 0 \\ 2\vec{MI} \cdot (\vec{MA} - \vec{MB}) &= 0 \\ 2\vec{MI} \cdot (\vec{MA} + \vec{BM}) &= 0 \\ 2\vec{MI} \cdot \vec{BA} &= 0 \\ \vec{MI} \cdot \vec{BA} &= 0 \\ (-\vec{IM}) \cdot (-\vec{AB}) &= 0 \\ \vec{IM} \cdot \vec{AB} &= 0\end{aligned}$$

b) On a  $\vec{IM} \cdot \vec{AB} = 0$  donc la droite  $(IM)$  est orthogonale à la droite  $(AB)$ .

Donc  $(IM)$  est incluse dans un plan orthogonal à  $(AB)$ .  
Ce plan contient  $I$ .

Donc  $(IM)$  est incluse dans le plan orthogonal à  $(AB)$  passant par  $I$  c'est à dire le plan  $\mathcal{P}$  médiateur de  $[AB]$ .

3) Dans la question 2) b) on a montré que si  $M \in \mathcal{E}$  alors  $M \in \mathcal{P}$   
(ce qui s'écrit symboliquement  $M \in \mathcal{E} \Rightarrow M \in \mathcal{P}$ )

Conclusion  $M \in \mathcal{E}$  équivaut à  $M \in \mathcal{P}$ . Autrement dit  $\mathcal{E} = \mathcal{P}$