n°36p168

$$i(t) = \sqrt{3}\ \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$$

i en A
t en ms

1) Montrons que $i(t+\pi) = i(t)$ $\forall t \in [0 ; +\infty[$

$i(t+\pi) = \sqrt{3}\ \sin\left(2(t+\pi) + \frac{\pi}{4}\right)$

$i(t+\pi) = \sqrt{3}\ \sin\left(2t + 2\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

$i(t+\pi) = \sqrt{3}\ \sin\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$

$i(t+\pi) = i(t)$ $\forall t \in [0 ; +\infty[$

La fonction i est <u>périodique de période π</u>.

2) $i'(t) = \sqrt{3} \times 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\underline{i'(t) = 2\sqrt{3}\ \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

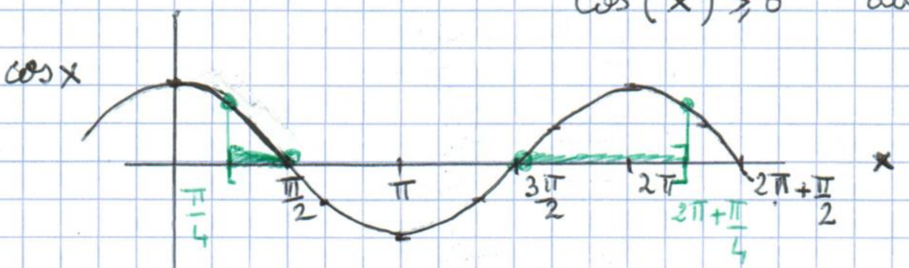
3) Pour étudier le signe de la dérivée i', résolvons sur $[0 ; \pi]$ l'inéquation

$\cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right) \geqslant 0$ avec $0 \leq t \leq \pi$

<u>Posons $X = 2t + \frac{\pi}{4}$</u> avec $0 \leq 2t \leq 2\pi$

$\frac{\pi}{4} \leq 2t + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$\cos(X) \geqslant 0$ avec $\frac{\pi}{4} \leq X \leq 2\pi + \frac{\pi}{4}$



$\frac{\pi}{4} \leq X \leq \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2} \leq X \leq 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$\frac{\pi}{4} \leq 2t + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2} \leq 2t + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$0 \leq 2t \leq \frac{\pi}{4}$ ou $\frac{5\pi}{4} \leq 2t \leq 2\pi$

$0 \leq t \leq \frac{\pi}{8}$ ou $\frac{5\pi}{8} \leq t \leq \pi$

D'où les variations de i :

t	0		$\frac{\pi}{8}$		$\frac{5\pi}{8}$		π
signe de $i'(t)$		+	0	−	0	+	
variations de i	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	↗	$\sqrt{3}$	↘	$-\sqrt{3}$	↗	$\frac{\sqrt{6}}{2}$

$i(0) = \sqrt{3}\sin\left(2(0) + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}225$

$i\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{3}\sin\left(2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} \approx 1{,}732$

$i\left(\frac{5\pi}{8}\right) = \sqrt{3}\sin\left(2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{5\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\sqrt{3} \approx -1{,}732$

$i(\pi) = \sqrt{3}\sin\left(2(\pi) + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}225$

4) A la calculatrice :

Xmin = 0
Xmax = π
Xgrad = $\pi/8$

Ymin = −2
Ymax = 2
Ygrad = 0,5