

$$f(x) = x \cos(x) - \sin(x) \quad \text{pour } x \in [0; 2\pi]$$

$$1) \quad f(0) = 0 \times 1 = 0$$

donc 0 est une solution évidente de l'équation $f(x)=0$

$$2) \quad f'(x) = (1) \cos(x) + x(-\sin(x)) - \cos(x)$$

$$\underline{f'(x) = -x \sin(x)}$$

x	0	π	2π
signe de $-x$	0	-	-
signe de $\sin x$	0	+	-
signe de f'	0	-	+
variation de f	0	$\searrow$	$\nearrow$

$$f(\pi) = \pi \cos(\pi) - \sin(\pi)$$

$$\underline{f(\pi) = -\pi}$$

$$f(2\pi) = 2\pi \cos(2\pi) - \sin(2\pi)$$

$$\underline{f(2\pi) = 2\pi}$$

3) a) Sur $[0; \pi]$, $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante
 $f(0)=0$ donc sur $[0; \pi]$, l'équation $f(x)=0$
 admet une et une seule solution $\alpha_1 = 0$.

Sur $[\pi; 2\pi]$, f est continue
 $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante
 $0 \in [-\pi; 2\pi]$
 donc d'après le TVI $f(x)=0$ admet
 une unique solution $\alpha_2 \in [\pi; 2\pi]$

b) on trouve $\alpha_2 = 4,49$ à 10^{-2} près

4)

x	0	α_2	2π
signe de f	0	-	+