

Soit la fonction H définie pour tout $x \in [0; +\infty[$ par

$$H(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \text{avec } f(t) = \sqrt{t}$$

D'après le cours (le § 2.2) H est la primitive de f sur $[0; +\infty[$ qui s'annule pour $x=0$

Cherchons cette primitive: On sait que $\sqrt{t} = t^{\frac{1}{2}}$
donc on fait le du puissance $\frac{3}{2}$

Si $H(x) = x^{\frac{3}{2}}$ alors $H'(x) = \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$

Si $H(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$ alors $H'(x) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} x^{\frac{1}{2}}$

Donc $H(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$

Si dérivée est $H'(x) = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

$H'(x) \geq 0$ sur $[0; +\infty[$
donc H est croissante sur $[0; +\infty[$