

X est une variable aléatoire d'espérance 50 et de variance 10

$$E(X) = 50$$

$$V(X) = 10$$

1) L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est:

$$P(|X - E(X)| \geq t) \leq \frac{V(X)}{t^2}$$

Ici :

$$P(|X - 50| \geq t) \leq \frac{10}{t^2}$$

Or l'énoncé demande de donner une majoration de

$$P(|X - 50| \geq 10)$$

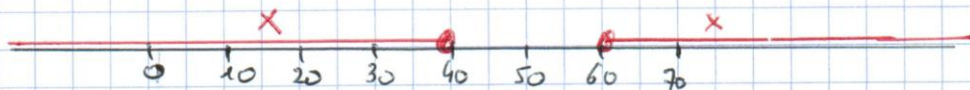
Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = 10$

D'où:

$$P(|X - 50| \geq 10) \leq \frac{10}{10^2}$$

$$P(|X - 50| \geq 10) \leq \frac{1}{10}$$

2) L'événement $|X - 50| \geq 10$ est représenté en rouge:



Donc $(40 < X < 60)$ est l'événement contraire.

$$\text{Donc } P(40 < X < 60) = 1 - P(|X - 50| \geq 10)$$

Or on a vu dans la question 1) que

$$P(|X - 50| \geq 10) \leq \frac{1}{10}$$

$$\text{d'où: } -P(|X - 50| \geq 10) \geq -\frac{1}{10}$$

$$1 - P(|X - 50| \geq 10) \geq 1 - \frac{1}{10}$$

$$1 - P(|X - 50| \geq 10) \geq \frac{9}{10}$$

$$P(40 < X < 60) \geq \frac{9}{10}$$

Conclusion: $P(40 < X < 60)$ est minorée par $\frac{9}{10}$