n°18 p453

1) L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est:

$$P(|X-E(X)| \geq t) \leq \frac{V(X)}{t^2}$$

Or l'énoncé demande de donner une majoration de $P(|X-E(X)| \geq \sigma(X))$

Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = \sigma(X)$

D'où:

$$P(|X-E(X)| \geq \sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{(\sigma(X))^2}$$

$$P(|X-E(X)| \geq \sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{V(X)}$$

$$\underline{P(|X-E(X)| \geq \sigma(X)) \leq 1}$$

Remarque: Ce majorant 1 ne donne aucune information puisqu'une probabilité est toujours sur $[0;1]$

2) L'énoncé demande de donner une majoration de $P(|X-E(X)| \geq 2\sigma(X))$

Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = 2\sigma(X)$

D'où:

$$P(|X-E(X)| \geq 2\sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{(2\sigma(X))^2}$$

$$P(|X-E(X)| \geq 2\sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{2^2(\sigma(X))^2}$$

$$\underline{P(|X-E(X)| \geq 2\sigma(X)) \leq \frac{1}{4}}$$

3) L'énoncé demande de donner une majoration de $P(|X-E(X)| \geq 3\sigma(X))$

Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = 3\sigma(X)$

D'où:

$$P(|X-E(X)| \geq 3\sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{(3\sigma(X))^2}$$

$$P(|X-E(X)| \geq 3\sigma(X)) \leq \frac{V(X)}{3^2(\sigma(X))^2}$$

$$\underline{P(|X-E(X)| \geq 3\sigma(X)) \leq \frac{1}{9}}$$