n°20 p453

X est une variable aléatoire positive donc $X \in [0\,;+\infty[$

$E(X) = 10$

$V(X) = 5$

1) L'inégalité de Bienaymé-Tchebychev est :

$$P(|X - E(X)| \geqslant t) \leq \frac{V(X)}{t^2} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}^{+*}$$

Ici :

$$P(|X - 10| \geqslant t) \leq \frac{5}{t^2}$$

Or l'énoncé demande de donner une majoration de
$P(|X-10| \geqslant 10)$

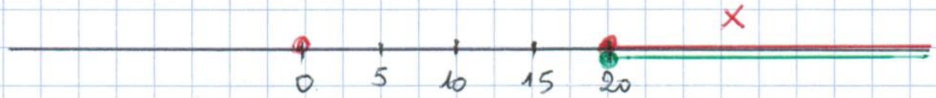
Donc on applique l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev avec $t = 10$

. D'où

$$P(|X - 10| \geqslant 10) \leq \frac{5}{10^2}$$

$$P(|X - 10| \geqslant 10) \leq 0{,}05$$

2) L'évènement $|X-10| \geqslant 10$ est représenté en rouge :
et l'évènement $X \geqslant 20$ est en vert :



On voit que l'évènement $(X \geqslant 20)$ est inclus dans l'évènement $(|X-10| \geqslant 10)$ donc $P(X \geqslant 20) \leq P(|X-10| \geqslant 10)$

Finalement $P(X \geqslant 20) \leq P(|X-10| \geqslant 10) \leq 0{,}05$

Donc une majoration de $P(X \geqslant 20)$ est :

$$\underline{P(X \geqslant 20) \leq 0{,}05}$$