N°2004 : Trouver un échantillon minimum (formule de terminale) Ouvrir l'exercice Supprimer du de

On veut estimer la proportion p de foyers disposant en France d'un abonnement internet.

On sait que p est compris entre 76% et 95%. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec une précision de 1% au seuil de 0,95 ?

la formule pour l'intervalle de confiance à 95% vue en terminale est $I_c = \left[F_n - 1,96 \frac{\sqrt{F_n(1-F_n)}}{\sqrt{n}} ; F_n + 1,96 \frac{\sqrt{F_n(1-F_n)}}{\sqrt{n}} \right]$

La précision (ou encore l'amplitude de l'intervalle) est

$$2 \times 1,96 \frac{\sqrt{F_n(1-F_n)}}{\sqrt{n}} = 1\% = 0,01$$

puisque p est entre $76\% = 0,76$ et $95\% = 0,95$ on peut étudier les deux cas extrêmes :

- hypothèse $F_n = 0,76$
  $1 - F_n = 0,24$

$$2 \times 1,96 \frac{\sqrt{0,76 \times 0,24}}{\sqrt{n}} = 0,01$$

$$\frac{2 \times 1,96 \times \sqrt{0,76 \times 0,24}}{0,01} = \sqrt{n}$$

$$\left(\frac{2 \times 1,96 \times \sqrt{0,76 \times 0,24}}{0,01} \right)^2 = n$$

$28028,31 = n$ → on prend l'entier supérieur.

Donc il faut un échantillon d'au moins 28029 personnes interrogées.

- hypothèse $F_n = 0,95$
  $1 - F_n = 0,05$

Dans ce cas $\frac{2 \times 1,96 \times \sqrt{0,95 \times 0,05}}{0,01} = \sqrt{n}$

$$\left(\frac{2 \times 1,96 \times \sqrt{0,95 \times 0,05}}{0,01} \right)^2 = n$$

on obtient $n = 7299,04$ → on prend l'entier supérieur.

Donc il faut un échantillon d'au moins 7300 personnes.

Conclusion : On ne sait pas où se situe p dans l'intervalle $[0,76 ; 0,95]$ donc pour choisir la taille de l'échantillon, il faut choisir "le pire cas", c'est à dire $n = 28029$.

En prenant un échantillon de taille 28029 personnes, on est certain d'avoir un intervalle de confiance à 95% I_c dont la précision est 1%.