N° 16022

Soit f la fonction définie sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ par

$$f : x \mapsto \frac{-x - \sin(3x) - 4}{4x - 2}$$

Déterminer le plus petit encadrement de la fonction f, ne contenant plus de fonction trigonométrique, sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$. (on écrira cet encadrement sous la forme … $\leq f(x) \leq$ …)

$$\frac{-x-3}{4x-2} \leq f(x) \leq \frac{-x-5}{4x-2}$$

Valider

En déduire

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{-x - \sin(3x) - 4}{4x - 2}$$

$$-\frac{1}{4}$$

Valider Suivant

- la fonction f est définie pour $x < \frac{1}{2}$

On sait que, $\forall x \in \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$, $-1 \leq \sin(3x) \leq 1$

$$-1 \times -1 \geq -\sin(3x) \geq -1 \times 1$$

$$1 \geq -\sin(3x) \geq -1$$

$$-x+1-4 \geq -x-\sin(3x)-4 \geq -x-1-4$$

$$-x-3 \geq -x-\sin(3x)-4 \geq -x-5$$

De plus $x < \frac{1}{2}$

donc $4x < 2$

$4x-2 < 0$. On divise les 3 membres par un nombre négatif, donc les inégalités changent de sens

$$\frac{-x-3}{4x-2} \leq \frac{-x-\sin(3x)-4}{4x-2} \leq \frac{-x-5}{4x-2}$$

$$\frac{-x-3}{4x-2} \leq f(x) \leq \frac{-x-5}{4x-2}$$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-x-3}{4x-2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-x}{4x} = -\frac{1}{4}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-x-5}{4x-2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-x}{4x} = -\frac{1}{4}$ Donc, d'après le théorème des gendarmes, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{1}{4}$