

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; -4[$ par

$$f : x \mapsto \frac{-4x + \cos(x)}{x + 4}$$

Déterminer le plus petit encadrement de la fonction f , ne contenant plus de fonction trigonométrique, sur $]-\infty; -4[$. (on écrira cet encadrement sous la forme $\underline{\dots} \leq f(x) \leq \dots$)

Forme de la réponse attendue

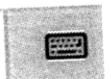
$$\underline{\dots} \leq f(x) \leq \dots$$



Valider ✓

En déduire

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x + \cos(x)}{x + 4}$$



"la fonction f est définie sur $]-\infty; -4[$ " donc $x < -4$.
On commence par encadrer la fonction trigonométrique entre
 $-1 \leq \cos(x) \leq 1$
 $-4x - 1 \leq -4x + \cos(x) \leq -4x + 1$

De plus $x < -4$

donc $x + 4 < 0$ donc, en divisant les 3 membres par un nombre négatif,
on change de sens les inégalités:

$$\frac{-4x-1}{x+4} \geq \frac{-4x+\cos(x)}{x+4} \geq \frac{-4x+1}{x+4}$$

En remettant le plus petit nombre en première :

$$\frac{-4x+1}{x+4} \leq f(x) \leq \frac{-4x-1}{x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x+1}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{x} = -4 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x-1}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{x} = -4$$

Donc, d'après le théorème d'encadrement (ou des gendarmes),

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$$