N°16022

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;-4[$ par

$$f : x \mapsto \frac{-4x+\cos(x)}{x+4}$$

Déterminer le plus petit encadrement de la fonction f, ne contenant plus de fonction trigonométrique, sur $]-\infty;-4[$. (on écrira cet encadrement sous la forme ... $\leq f(x) \leq$ ...) ⚠ Forme de la réponse attendue

$\leq f(x) \leq$

Valider ✔

En déduire

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-4x+\cos(x)}{x+4}$$

"la fonction f est définie sur $]-\infty;-4[$" donc $x<-4$.

On commence par encadrer la fonction trigonométrique entre -1 et 1 :

$$-1 \leq \cos(x) \leq 1$$

$$-4x-1 \leq -4x+\cos(x) \leq -4x+1$$

De plus $x<-4$

donc $x+4<0$

Donc, en divisant les 3 membres par un nombre négatif, on change de sens les inégalités :

$$\frac{-4x-1}{x+4} \geq \frac{-4x+\cos(x)}{x+4} \geq \frac{-4x+1}{x+4}$$

En remettant le plus petit nombre en premier :

$$\frac{-4x+1}{x+4} \leq f(x) \leq \frac{-4x-1}{x+4}$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4x+1}{x+4} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4x}{x} = -4$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4x-1}{x+4} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-4x}{x} = -4$

Donc, d'après le théorème d'encadrement (ou des gendarmes),

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -4$$