

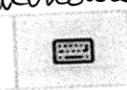
Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f : x \mapsto \frac{9x + 4}{-\sin(2x - 8) + 4}$$

Déterminer la majoration la plus précise de la fonction  $f$  pour  $x$  suffisamment petit ne contenant plus de fonction trigonométrique. (on écrira la majoration sous la forme  $f(x) \leq \dots$ )

$$f(x) \leq \frac{9x + 4}{5}$$

⚠ Forme de la réponse attendue



Valider ✓

En déduire

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x + 4}{-\sin(2x - 8) + 4}$$



"pour  $x$  suffisamment petit" signifie " $x$  tend vers  $-\infty$ ".  
On commence par encadrer la fonction trigonométrique entre  $-1$  et  $1$ :

$$-1 \leq \sin(2x - 8) \leq 1$$

$$1 \geq -\sin(2x - 8) \geq -1 \quad (\text{multiplier par le nombre négatif } -1 \text{ change l'ordre})$$

$$5 \geq -\sin(2x - 8) + 4 \geq 3$$

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{-\sin(2x - 8) + 4} \leq \frac{1}{3} \quad (\text{la fonction inverse est décroissante sur } ]0; +\infty[)$$

Et puisque  $x$  tend vers  $-\infty$ ,  $9x + 4 < 0$

donc  $\frac{9x+4}{5} > \frac{9x+4}{-\sin(2x-8)+4} > \frac{9x+4}{3}$  (multiplier par le nombre négatif  $9x+4$  change l'ordre).

En remettant le plus petit nombre en première:

$$\frac{9x+4}{3} \leq \frac{9x+4}{-\sin(2x-8)+4} \leq \frac{9x+4}{5} \quad \text{Donc}$$

$$\boxed{\frac{9x+4}{5}}$$

Deduire  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -$

On utilise le théorème de comparaison:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x+4}{5} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x+4}{-\sin(2x-8)+4} = [-\infty]$$