

Etudier le signe de $A = e^{2x} + e^x - 2$

A est défini pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1 Factorisation (si possible)

On fait un changement de variable :

Posons $X = e^x$

$$A = (e^x)^2 + e^x - 2$$

$$A = X^2 + X - 2$$

On cherche à factoriser A

$$\Delta = 9, \quad X_1 = -2, \quad X_2 = 1$$

Donc A se factorise en :

$$A = 1 \times (X + 2)(X - 1)$$

Donc en faisant le changement de variable dans l'autre sens :

$$A = (e^x + 2)(e^x - 1)$$

2 Etude du signe de chaque facteur

- **Signe de $e^x + 2$**
 $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$. Donc $e^x + 2 > 0$
- **Signe de $e^x - 1$**
On résout par exemple $e^x - 1 < 0$

$$\begin{aligned} e^x &< 1 \\ e^x &< e^0 \\ x &< 0 \end{aligned}$$

3 On fait le tableau de signes de A sous sa forme factorisée :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $e^x + 2$	+	+	+
Signe de $e^x - 1$	-	0	+
Signe de A	-	0	+

4 Vérification à la calculatrice

Graph1	Graph2	Graph3
\Y1=E ^{2X} +e ^X -2		
\Y2=		
\Y3=		
\Y4=		
\Y5=		

