CHAPITRE 5  : Conditionnement et indépendance

[1 Probabilité conditionnelle 2](#_Toc460272351)

[1.1 Définition 2](#_Toc460272352)

[1.2 Utilisation d’un arbre pondéré 3](#_Toc460272353)

[2 Formule des probabilités totales 4](#_Toc460272354)

[2.1 Définition 4](#_Toc460272355)

[2.2 Formule des probabilités totales 4](#_Toc460272356)

[3 Indépendance 5](#_Toc460272357)

[3.1 Indépendance de deux événements 5](#_Toc460272358)

[3.2 Indépendance et événements contraires 5](#_Toc460272359)

CHAPITRE 5  : Conditionnement et indépendance

# Probabilité conditionnelle

## Définition

On considère une expérience aléatoire, et sont deux événements avec .

La probabilité de , sachant que est réalisé, est notée , et :

***Exemple*** : Dans un lycée, les 250 élèves qui étudient une seconde langue se répartissent selon le tableau suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Allemand | Espagnol | TOTAL |
| Garçons | 50 | 50 | 100 |
| Filles | 30 | 120 | 150 |
| TOTAL | 80 | 170 | 250 |

On choisit un élève au hasard.

On considère les événements :  :  « l’élève étudie l’allemand »

 : «  l’élève est une fille ».

On peut calculer :

* directement en considérant comme univers l’ensemble des 150 filles :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

* ou utilisant la définition de la probabilité conditionnelle :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | avec |  | et |  | Soit |  |

## *arbre p2.jpg*Utilisation d’un arbre pondéré

***Exemple :***

Le chemin en gras représente l'événement

***Règles pratiques*** :

* La somme des probabilités affectées aux branches issues d’un même nœud est égale à 1.
* La probabilité d’un résultat est égale au produit des probabilités qui conduisent à ce résultat. En effet :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

# Formule des probabilités totales

## Définition

Dire que les événements forment **une partition** de l’univers signifie que :

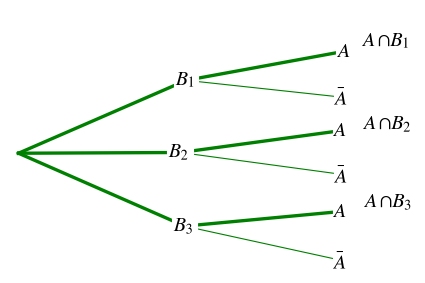
* Aucun des événements n'a une probabilité nulle.
* Les événements sont deux à deux incompatibles[[1]](#footnote-1).
* Leur réunion est l’univers .

*Une partition de* Ω

## Formule des probabilités totales

Si les événements forment une partition de l’univers, la probabilité d’un événement quelconque est :





L'événement est ici représenté par la réunion des trois chemins en gras.

# Indépendance

## Indépendance de deux événements

Deux événements et sont indépendants lorsque la probabilité de l’un ne dépend pas de la réalisation de l’autre, soit :

***Conséquence***:

Deux événements et sont **indépendants** lorsque

***Démonstration***:

équivaut successivement à :

## Indépendance et événements contraires

Si deux événements et sont indépendants alors:

* et sont indépendants
* et sont indépendants
* et sont indépendants

***Démontrons que et sont indépendants***

On sait que : .

Or donc

Puisque les événements et sont indépendants, on a

Donc :

Conclusion :

et sont indépendants.

1. Deux événements sont **incompatibles** lorsque leur intersection est vide. On dit aussi événements " disjoints ". [↑](#footnote-ref-1)