|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Classes de* ***Terminale 4-5-6-7 S*** | **DEVOIR SURVEILLE DE** | Vendredi 13 septembre 2019 |
| Lycée d’Avesnières | **MATHEMATIQUES** | Durée : 2 heures |
| Année scolaire 2019-2020 | **N° 1** | *Calculatrice autorisée* |

*La qualité de la rédaction, la clarté d’expression et la précision des raisonnements entreront*

*pour une part importante dans l’appréciation des résultats.*

**Exercice 1 :** (4 points)

Dans chaque cas, indiquer sur la copie la réponse exacte sans justifier. Il y a une et une seule bonne réponse par question. Une bonne réponse donne un point. Une mauvaise réponse retire 0,5 point. Une absence de réponse ne retire pas de point.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | A | B | C | D |
| 1 | $(u\_{n})$ est la suite définie sur $N$ par :$$u\_{n}=n^{2}+1$$Une représentation graphique de la suite $(u\_{n})$ est … |  | Une image contenant objet  Description générée automatiquement |  | Une image contenant objet  Description générée automatiquement |
| 2 | $(v\_{n})$ est la suite définie sur $N$ par :$$v\_{n}=n^{2}-4n+25$$Alors … | $(v\_{n})$ est croissante. | $(v\_{n})$ est décroissante. | $(v\_{n})$ est croissante à partir de $n=1.$ | $(v\_{n})$ est croissante à partir de $n=2.$ |
| 3 | $\left(w\_{n}\right)$ est la suite définie sur $N$ par :$w\_{n}=n^{2}-1$.Alors $w\_{n}>10000$ pour tout $n$ supérieur ou égal à … | $$50$$ | $$99$$ | $$100$$ | $$101$$ |
| 4 | $(t\_{n})$ est la suite définie sur $N^{\*}$ par : $$t\_{n}=\frac{2}{n}+3.$$Alors $3<t\_{n}<3,01$ pour tout $n$ supérieur ou égal à … | $$100$$ | $$199$$ | $$200$$ | $$201$$ |

**Exercice 2 :** (6 points)

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3000 cétacés dans cette réserve marine au 1er juin 2017. Le classement de la zone en réserve marine ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés devient inférieur à 2000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel chaque année :

* Entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve.
* Entre le 1er novembre et le 31 mai, la réserve perd 5% de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui le précède.

Selon ce modèle, pour tout nombre $n\in N$, $u\_{n}$ désigne le nombre de cétacés au 1er juin de l'année $2017+n.$ On a donc $u\_{0}=3000.$

1. Justifier que $u\_{1}=2926.$
2. Justifier que pour tout nombre entier naturel $n$ :

$$u\_{n+1}=0,95u\_{n}+76$$

1. On désigne par $(v\_{n})$ la suite définie, pour tout nombre $n\in N$, par $v\_{n}=u\_{n}-1520.$
	1. Démontrer que la suite $(v\_{n})$ est géométrique de raison $q=0,95$ dont on précisera le premier terme.
	2. En déduire que, pour tout nombre $n\in N$ :

$$u\_{n}=1480×0,95^{n}+1520$$

1. a) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés dans la réserve sera inférieur à 2000.

$n\leftarrow 0$

$u\leftarrow 3000$

Tant que …

 $n\leftarrow …$

 $u\leftarrow …$

Fin Tant que

Afficher $n$

* 1. Quelle est la valeur de $n$ à la fin de l'algorithme ?
	2. En quelle année le nombre de cétacés sera inférieur à 2000 ?

**Exercice 3 :** (7 points)

Soit $(v\_{n})$ la suite définie pour tout nombre $n\in N$ par :

$$\left\{\begin{array}{c}v\_{0}=0\\v\_{n+1}=\frac{1}{2-v\_{n}}\end{array}\right.$$

1. Soit $P(n)$ la propriété :

$$v\_{n}<1.$$

Démontrer que la propriété $P(n)$ est vraie pour tout nombre $n\in N$ en faisant un raisonnement par récurrence.

1. On souhaite obtenir l'expression explicite de $v\_{n}$.
	1. En calculant quelques termes de la suite, conjecturer l'expression de $v\_{n}$ en fonction de $n$
	2. Démontrer cette conjecture en faisant un raisonnement par récurrence.
2. Etudier le sens de variation de la suite $(v\_{n})$.

**Exercice 4 :** (3 points)

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ses arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

On peut voir ci-contre le schéma représentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre $n$ de rangées de pommiers.

$$n=1 n=2 n=3 n=4$$



Existe-t-il un nombre $n\in N^{\*}$ pour lequel il y a autant de pommiers que de conifères ?

*Toute trace de recherche, même non aboutie, sera valorisée.*