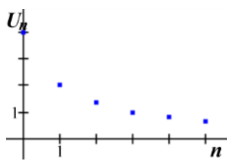
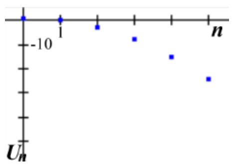
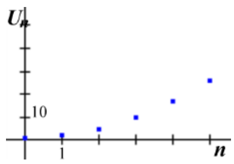
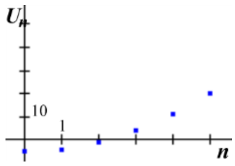
Classes de ***Terminale 4-5-6-7 S***	**DEVOIR SURVEILLE DE**	*Vendredi 13 septembre 2019*
Lycée d'Avesnières	**MATHEMATIQUES**	*Durée : 2 heures*
Année scolaire 2019-2020	**N° 1**	*Calculatrice autorisée*

La qualité de la rédaction, la clarté d'expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des résultats.

<u>Exercice 1 :</u> (4 points)

Dans chaque cas, indiquer sur la copie la réponse exacte sans justifier. Il y a une et une seule bonne réponse par question. Une bonne réponse donne un point. Une mauvaise réponse retire 0,5 point. Une absence de réponse ne retire pas de point.

		A	B	C	D
1	(u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = n^2 + 1$ Une représentation graphique de la suite (u_n) est …				
2	(v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = n^2 - 4n + 25$ Alors …	(v_n) est croissante.	(v_n) est décroissante.	(v_n) est croissante à partir de $n = 1$.	(v_n) est croissante à partir de $n = 2$.
3	(w_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $w_n = n^2 - 1$. Alors $w_n > 10000$ pour tout n supérieur ou égal à …	50	99	100	101
4	(t_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $t_n = \dfrac{2}{n} + 3$. Alors $3 < t_n < 3{,}01$ pour tout n supérieur ou égal à …	100	199	200	201

Exercice 2 : (6 points)

Le directeur d'une réserve marine a recensé 3000 cétacés dans cette réserve marine au 1er juin 2017. Le classement de la zone en réserve marine ne sera pas reconduit si le nombre de cétacés devient inférieur à 2000.

Une étude lui permet d'élaborer un modèle selon lequel chaque année :

- Entre le 1er juin et le 31 octobre, 80 cétacés arrivent dans la réserve.
- Entre le 1er novembre et le 31 mai, la réserve perd 5% de son effectif par rapport à celui du 31 octobre qui le précède.

Selon ce modèle, pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$, u_n désigne le nombre de cétacés au 1er juin de l'année $2017 + n$. On a donc $u_0 = 3000$.

1) Justifier que $u_1 = 2926$.

2) Justifier que pour tout nombre entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0{,}95u_n + 76$$

3) On désigne par (v_n) la suite définie, pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 1520$.

   a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0{,}95$ dont on précisera le premier terme.

   b) En déduire que, pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$:

$$u_n = 1480 \times 0{,}95^n + 1520$$

4) a) Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer l'année à partir de laquelle le nombre de cétacés dans la réserve sera inférieur à 2000.

```
n ← 0
u ← 3000
Tant que …
        n ← ⋯
        u ← ⋯
Fin Tant que
Afficher n
```

   b) Quelle est la valeur de n à la fin de l'algorithme ?

   c) En quelle année le nombre de cétacés sera inférieur à 2000 ?

Exercice 3 : (7 points)

Soit (v_n) la suite définie pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2 - v_n} \end{cases}$$

1) Soit $\mathcal{P}(n)$ la propriété :

$$v_n < 1.$$

Démontrer que la propriété $\mathcal{P}(n)$ est vraie pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$ en faisant un raisonnement par récurrence.

2) On souhaite obtenir l'expression explicite de v_n.

   a) En calculant quelques termes de la suite, conjecturer l'expression de v_n en fonction de n

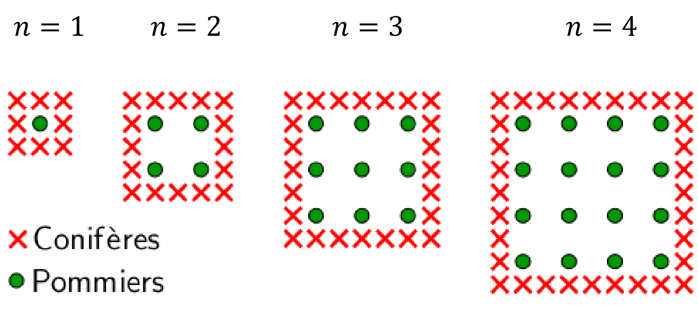
   b) Démontrer cette conjecture en faisant un raisonnement par récurrence.

3) Etudier le sens de variation de la suite (v_n).

Exercice 4 : (3 points)

Un fermier plante des pommiers en carré. Afin de protéger ses arbres du vent, il plante des conifères tout autour du verger.

On peut voir ci-contre le schéma représentant cette situation, avec la disposition des pommiers et des conifères pour un nombre n de rangées de pommiers.



Existe-t-il un nombre $n \in \mathbb{N}^*$ pour lequel il y a autant de pommiers que de conifères ?

Toute trace de recherche, même non aboutie, sera valorisée.